

灰狼优化算法的研究与应用综述

王玥琪, 宋佳智, 赵海燕, 姜静清

(内蒙古民族大学 计算机科学与技术学院, 内蒙古 通辽 028000)

摘要: 灰狼优化算法作为一种源自灰狼社会等级与协同狩猎行为的群体智能算法, 因其结构简单、参数少、易于实现等优点, 近年来得到广泛关注与深入研究。围绕灰狼优化算法展开分析, 首先介绍其生物学背景, 其次分析该算法的数学建模过程, 最后系统归纳和总结该算法的主要改进方法以及应用, 为灰狼优化算法的理论深化与实际应用提供参考框架。

关键词: 群体智能; 灰狼优化算法; 机器学习; 工程优化

DOI: 10.11907/rjdk.251341

中图分类号: TP301

文献标识码: A

文章编号: 1672-7800(2026)007-0204-10

扫描二维码阅读全文:



A Comprehensive Review on the Research Progress and Applications of the Grey Wolf Optimizer

WANG Yueqi, SONG Jiazhi, ZHAO Haiyan, JIANG Jingqing

(School of Computer Science and Technology, Inner Mongolia Minzu University, Tongliao 028000, China)

Abstract: As a swarm intelligence algorithm derived from the social hierarchy and cooperative hunting behavior of gray wolves, gray wolf optimization algorithm has received extensive attention and in-depth research in recent years due to its simple structure, few parameters, easy implementation and other advantages. The analysis is carried out around the grey wolf optimization algorithm. First, we introduce the biological background. Then, analyze the mathematical modeling process of the algorithm. Finally, summary the main improvement methods and applications of the algorithm systematically. These provide a reference frame for the advanced theoretical and application of the grey wolf optimizer.

Key Words: swarm intelligence; grey wolf optimizer; machine learning; engineering optimization

0 引言

群智能算法(Swarm Intelligence, SI)是一类通过模拟自然界群体行为来解决优化问题的元启发式算法。该类算法源自对自然界中生物群体行为现象和规律的观察, 强调个体之间的局部交互与信息共享, 通过自组织和自适应机制实现全局优化^[1]。经典SI算法, 如遗传算法(Genetic Algorithm, GA)^[2]、粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[3]和蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)^[4]等已取得显著成果。

近年来, 随着人们对自然界群体行为理解的深化, 新型SI, 如人工蜂群算法(Artificial Bee Colony Algorithm, ABC)^[5]、萤火虫算法(Firefly Algorithm, FA)^[6]、蝙蝠算法(Bat Algorithm, BA)^[7]、鲸鱼优化算法(Whale Optimization Algorithm, WOA)^[8]、麻雀搜索算法(Sparrow Search Algorithm, SSA)^[9]等相继被提出, 并在解决复杂优化问题中表现优异。灰狼优化算法(Grey Wolf Optimization, GWO)是由澳大利亚学者Mirjalili等于2014年提出的一种SI, 其灵感来源于灰狼在自然界中的社会等级结构与协同捕猎行为, 是一种群体搜索模型^[10-11]。GWO凭借收敛性良好、参数少、易于实现等优点, 在各类优化问题中得到广泛应用^[12]。然而, 该算法存在求解精度不高、收敛速度较慢、容

收稿日期: 2025-05-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(62162050); 内蒙古民族大学博士科研启动基金项目(KYQD23006); 内蒙古自治区留学回区人员创新创业启动支持计划项目(2024LXCX003)

作者简介: 王玥琪(2001-), 女, 内蒙古民族大学计算机科学与技术学院硕士研究生, 研究方向为计算智能; 宋佳智(1993-), 男, 博士, 内蒙古民族大学计算机科学与技术学院讲师, 研究方向为生物信息学; 赵海燕(1971-), 女, 硕士, 内蒙古民族大学计算机科学与技术学院教授、硕士生导师, 研究方向为图像处理; 姜静清(1968-), 女, 博士, 内蒙古民族大学计算机科学与技术学院教授、硕士生导师, 研究方向为计算智能、模式识别。本文通讯作者: 姜静清。

易陷入局部最优等缺陷。针对这些问题, 研究者们提出大量改进方法。本文在充分调研相关研究的基础上, 围绕GWO展开分析, 为该算法的深入研究与应提供借鉴。

1 生物学背景

在自然界中, 灰狼通常以5~12只为单位组成稳定的家族群体, 并在其中形成严格的社会等级制度^[13]。如图1所示, 不同等级的狼在捕猎中扮演不同角色, 可划分为以下4类^[14]: ① α 狼。处于金字塔的顶层, 是整个狼群的领导核心。头狼 α 通常是具备较强体能、经验丰富的个体, 负责决定群体的狩猎时间与地点、休息与迁徙等关键事务。群体中的其他个体会对 α 狼的决策高度服从, 其行为模式在优化算法中对应着引导全局搜索方向的“最优解”角色; ② β 狼。处于金字塔的第二层, 辅助 α 狼作出决策、维护秩序。当 α 狼出现弱势或缺席时, β 狼会承担指挥角色, 在优化中相当于次优引导者, 协助细化搜索方向; ③ δ 狼。处于金字塔的第三层, 服从于 α 、 β 狼, 但对 ω 狼具有领导地位。 δ 狼承担侦查、护卫、哺育幼崽、传递信息等任务, 主要负责信息收集和局部环境反馈, 类似于算法中局部搜索与更新的重要执行单元; ④ ω 狼。处于金字塔的最底层, 承担缓冲群体内部压力、维护秩序的功能。 ω 狼虽等级最低, 但在算法中代表了探索边界区域、维护种群多样性的个体。

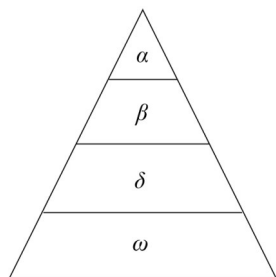


Fig. 1 Social hierarchy structure of grey wolves

图1 灰狼的社会等级制度

在捕猎时, 灰狼遵循一套有效的步骤: 追逐、包围、攻击^[12]。等级制度并非僵化, 而是根据个体状态、战斗能力和社会互动不断动态调整。这种以领导、协作与反馈为核心的社会结构反映了自然界中高效的群体智能形式。灰狼在捕猎过程中展现出的群体协作及动态调整策略为GWO提供了生物学依据。

2 GWO数学建模

2.1 GWO原理

2.1.1 包围猎物

灰狼在狩猎时会逐步靠近猎物并形成包围圈, 这一行为在GWO中表示为当前位置 $\vec{X}(t)$ 向猎物位置 $\vec{X}_p(t)$ 靠拢的过程。其数学模型为:

$$\vec{D} = \left| \vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t) \right| \quad (1)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (2)$$

式中: t 为当前迭代次数; $\vec{X}_p(t)$ 为猎物位置; $\vec{X}(t)$ 为灰狼的当前位置; $\vec{D}$ 为灰狼对猎物的感知距离; $\vec{X}(t+1)$ 为灰狼的新位置; $\vec{A}$ 和 $\vec{C}$ 为系数向量, 计算公式为:

$$\vec{A} = 2 \cdot a \cdot \vec{r}_1 - a \quad (3)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (4)$$

$$a = 2 - 2 \cdot \frac{t}{T} \quad (5)$$

式中: a 的值随迭代次数 t 由2线性减小到0; T 为最大迭代次数; $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ 为 $[0, 1]$ 区间内的随机向量。

2.1.2 狩猎

在GWO中, 包围猎物表示灰狼个体基于当前位置向猎物方向靠拢的位置更新机制, 而狩猎则是在种群中适应度最优的3只领头狼(α 、 β 、 δ)的引导下对包围猎物的过程。以3只领头狼(α 、 β 、 δ)作为多方向引导中心, 通过计算多个候选位置并融合更新, 实现对目标位置的协同逼近与精细搜索。在灰狼种群中, 由适应度值排名前3的领头狼: α 狼(最优解)、 β 狼(次优解)和 δ 狼(第三优解)共同引导狼群的狩猎方向, 其他普通狼(包括 ω 狼)则根据这三者的位置更新自身位置。具体计算公式为:

$$\vec{D}_\alpha = \left| \vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X} \right| \quad (6)$$

$$\vec{D}_\beta = \left| \vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X} \right| \quad (7)$$

$$\vec{D}_\delta = \left| \vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X} \right| \quad (8)$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha \quad (9)$$

$$\vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_\beta \quad (10)$$

$$\vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot \vec{D}_\delta \quad (11)$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (12)$$

式中: $\vec{D}_\alpha, \vec{D}_\beta, \vec{D}_\delta$ 分别表示当前普通狼与3只领头狼之间的距离向量; 系数向量 $\vec{C}_1, \vec{C}_2, \vec{C}_3$ 用于模拟当前普通狼对3只领头狼位置 $\vec{X}_\alpha, \vec{X}_\beta, \vec{X}_\delta$ 的感知扰动向量; $\vec{X}_1, \vec{X}_2, \vec{X}_3$ 分别表示在3只领头狼位置的引导下计算得到的当前普通狼的候选位置; 系数向量 $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3$ 用于控制当前普通狼靠近或远离3只领头狼的步长幅度; $\vec{X}(t+1)$ 为当前普通狼在3只领头狼的位置引导下采用等权平均计算得到的真实位置。

图2以可视化的形式呈现了 α 、 β 、 δ 3只领头狼对其他普通狼的位置引导过程。在GWO中, 根据普通狼对3只领头狼位置的感知扰动范围 $\vec{C}_1, \vec{C}_2, \vec{C}_3$, 由公式(6)(7)(8)分别计算出普通狼与3只领头狼的距离向量 $\vec{D}_\alpha, \vec{D}_\beta, \vec{D}_\delta$ 。根据 $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3$ 控制普通狼向3只领头狼移动的步长幅度, 由式(9)(10)(11)分别计算得到普通狼的候选位置向量 $\vec{X}_1, \vec{X}_2, \vec{X}_3$ 。普通狼的位置更新是由3只领头狼引导的等权平均结果^[15]。这一更新过程使得普通狼不仅受到局部最优

解的影响,而且受到全局最优解的引导,从而实现了个体行为的群体协同更新。通过这种方式,GWO能在探索与开发之间保持平衡,增强了搜索效率和优化能力。

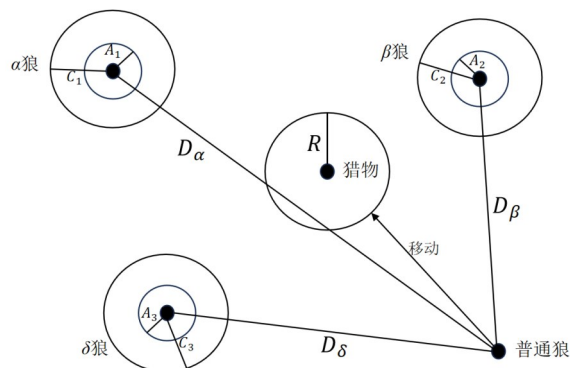


Fig. 2 Schematic diagram of position update of grey wolves

图2 灰狼位置更新示意图

2.1.3 探索与开发

探索与开发是影响SI算法性能的两个关键阶段,直接决定了算法的收敛速度和寻优能力。探索阶段主要用于广泛搜索解空间,防止算法陷入局部最优;开发阶段则侧重于对当前较优解区域附近进行精细搜索,提升搜索精度^[12]。在这两个阶段,控制参数 a 、 $\vec{A}$ 、 $\vec{C}$ 共同构成搜索策略的核心,在不同阶段发挥不同的调控作用。收敛因子 a 随迭代次数从2线性减小至0。根据式(3),该参数决定了 $\vec{A}$ 的取值范围,从而间接控制搜索策略的倾向。 $\vec{A}$ 的物理意义为对搜索步长与方向进行调节,其模值直接决定当前搜索属于哪个阶段。在算法迭代初期,由于 a 的初值较大,更容易满足 $|A| > 1$,此时狼群尚未确定猎物的准确位置,故执行广泛的全局搜索,远离猎物进行跳跃式搜索,体现为探索行为,具体如图3(a)所示。在算法迭代后期,狼群逐渐接近猎物, a 值逐渐减小,更容易满足 $|A| < 1$,狼群会在小范围内进行精细搜索,并向猎物进攻,执行收敛式局部搜索,体现为开发行为,具体如图3(b)所示。

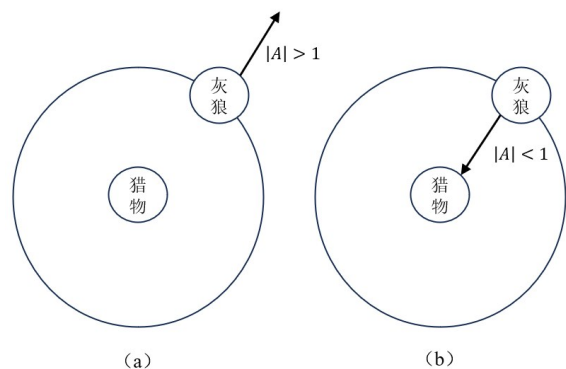


Fig. 3 Exploration and development behavior

图3 探索与开发行为

根据式(4)可知,系数向量 $\vec{C}$ 为 $[0, 2]$ 区间内的随机向量。在算法迭代初期的探索阶段, $\vec{C}$ 通过增加随机扰动,引导个体在广阔的解空间内向多个方向跳跃搜索,有效防止种群快速收敛到局部区域,促进全局搜索。而在迭代后

期的开发阶段, $\vec{C}$ 模拟个体对3只领头狼位置的不同感知,保持个体间的微小差异,有助于避免狼群完全收敛到同一位置,提升局部搜索能力,从而优化解的精度。

2.2 GWO伪代码

GWO的伪代码为:

- a. 初始化参数(种群规模 N ,最大迭代次数 T ,维度 D ,上下界 $[lb, ub]$)
- b. 随机生成初始化种群 $X_i (i = 1, 2, \dots, N)$
- c. WHILE ($t < T$) DO
- d. 计算每只灰狼个体的适应度值
- e. 选出最优个体 X_α 、次优个体 X_β 、第三优个体 X_δ
- f. 根据公式(5)更新 a
- g. FOR $i = 1, 2, \dots, N$ DO
- h. 根据公式(6、7、8)分别计算 D_1, D_2, D_3
- i. 根据公式(9、10、11)分别计算 X_1, X_2, X_3
- j. 根据公式(12)更新个体位置
- k. END FOR
- l. $t = t + 1$
- m. 返回最优个体 X_α
- n. END WHILE

3 GWO改进方法

随着GWO的不断拓展,其在优化精度、收敛速度及稳定性方面的局限性日益显现,研究者们从不同层面对其进行了改进,主要集中在以下4个方面:①种群初始化策略;②收敛因子的动态调节机制;③位置更新公式的优化设计;④混合算法策略。

3.1 初始化种群改进

标准GWO随机初始化种群的方式往往会导致种群在解空间中分布不均匀,无法充分覆盖整个搜索区域,容易引发搜索初期的局部收敛现象。因此,如何设计更加合理的初始化策略以提升种群多样性,增强算法的探索性,成为近年来GWO的主要改进方向。例如,文献[16]全面比较了随机初始化、两种不同参数的Beta分布、均匀分布、两种不同参数的对数正态分布、指数分布、Rayleigh分布、Weibull分布、拉丁超立方采样、Sobol序列等11种初始化方法对10种元启发式算法(包括GWO)收敛性和准确性的影响。基于10个经典函数,GWO对初始化表现不敏感;而基于10个CEC2020函数,GWO对初始化表现敏感,其中使用 $Betarnd(2.5, 2.5)$ 初始化种群后效果最佳。进一步实验发现,种群大小和迭代次数均对算法性能有重要影响,GWO在迭代次数较大时性能更好。

混沌映射机制是一种常用于优化算法的随机技术,将其应用于初始化阶段有助于增加种群多样性^[11]。文献[17]将Logistic、PWLCM、Singer、Sine、Gaussian等12种混沌映射分别以单一混沌映射和多混沌映射的形式嵌入到GWO中。实验结果表明,PWLCM映射在低维问题中表现优越,而Gaussian映射在高维问题中具有更好表现。此

外,多混沌映射嵌入到GWO后,在低维度上不能显著提高算法性能,未来需要设计更复杂的多混沌映射合并方案。

文献[18]采用佳点集理论对种群进行初始化,有效改善了传统随机初始化导致的解分布不均、搜索效率低等问题。佳点集理论通过构造在高维空间中具有低偏差分布的点集,并将其投影映射至解空间,从而获得分布更均匀的初始种群。在种群数量相同的条件下,基于佳点集生成的初始种群能显著提高算法在搜索初期的覆盖能力,从而避免陷入局部最优。

3.2 收敛因子动态调节

在标准GWO中,收敛因子 a 由2线性递减至0,该线性变化存在前期探索不足、后期收敛过早的缺陷。因此,通过动态调节 a 来更好地平衡算法的探索与开发能力已成为改进GWO的重要方向^[19]。例如,文献[20]对收敛因子进行分段式调节,用于模拟头狼 α 和次头狼 β 交替引导狼群狩猎的自然行为,对原有收敛因子进行以下形式的非线性修正:

$$a(t) = \begin{cases} 2 - \frac{2t}{T}, & 1 < t \leq 0.5T \\ \frac{1}{1 + e^{\frac{t - 0.25T}{0.025T}}}, & 0.5T < t < T \end{cases} \quad (13)$$

当算法迭代处于中前期($1 < t \leq 0.5T$)时,收敛因子与标准GWO一样呈线性递减趋势,以模拟狼群靠近猎物的趋势,保证种群具有足够的全局搜索能力,避免过早陷入局部最优。当算法迭代处于中后期($0.5T < t < T$)时,收敛因子首先呈平缓非线性递减趋势,此时头狼 α 与次头狼 β 交换位置,狼群靠近猎物的速度变慢,更有时间在猎物附近区域充分搜索,避免了搜索过程中由于 a 陡降带来的收敛失稳,提高了搜索的稳定性与精度。随后,收敛因子先快速递减再平缓递减至0,此时狼群先快速靠近猎物再小步长围绕猎物精细调整速度,提升了局部搜索能力,加快了收敛速度。

文献[21]提出一种根据个体适应度进行分组的非线性双收敛因子调节策略,将比平均适应度更优的狼视为捕猎狼,主要负责精细的局部开发;将比平均适应度更差的狼视为侦察狼,主要负责广泛的全局探索。捕猎狼的收敛因子 a_1 采用正弦函数,使其在前期和后期缓慢递减,中期递减较快,如此以来便平衡了算法的探索与开发,并确保了收敛速度。侦察狼的收敛因子 a_2 采用余弦函数,在整个迭代过程中呈非线性递减趋势,如此以来可以延长探索时间,增强全局搜索能力,防止陷入局部最优。两种收敛因子的计算公式为:

$$a_1(t) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \left(\frac{t}{T}\right)^2\right) \quad (14)$$

$$a_2(t) = 1 + \cos\left(\pi \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{0.1}\right) \quad (15)$$

文献[22]首先采用双曲正切函数控制 a 的主变化趋势。公式为:

$$\xi = 2 - 2 \cdot \tanh\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) \quad (16)$$

其次通过Beta分布引入微小随机扰动,提升种群个体间的差异性,与局部开发能力。Beta分布为满足二项分布和伯努利分布的密度函数,分布在 $[0, 1]$ 之间。最终,收敛因子的计算公式为:

$$a(t) = 2 - 2 \cdot \tanh\left(\frac{1}{\xi} \cdot \frac{t}{T} \cdot \pi\right) + 0.2B(b_1, b_2) \quad (17)$$

式中: $B(b_1, b_2)$ 表示Beta分布, $b_1 = 1, b_2 = 2$ 。

文献[23]提出一种基于高斯分布变化曲线的非线性收敛因子调整方法,借助高斯函数的“钟形”衰退特性,通过不同迭代阶段调节收敛因子的增长与衰减速率,从而实现探索与开发之间的有效平衡。在该方法中,收敛因子 a 被设计为:

$$a(t) = \begin{cases} \phi \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi(T/3)}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2(T/3)^2}}, & t \leq \partial T \\ \varphi \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi(T/3)}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2(T/3)^2}}, & \partial T < t < T \end{cases} \quad (18)$$

式中: ϕ, φ 分别为前期与后期随迭代次数 t 变化的缩放系数; ∂ 为前期与后期的截断参数。改进后的收敛因子是一条非线性正态分布衰减曲线,在迭代前期, a 缓慢下降,有助于维持较强的全局搜索能力;在迭代后期, a 急剧下降,有利于提高局部搜索能力,并加快收敛速度。

3.3 位置更新公式优化

在GWO中,普通狼的位置更新由3只领头狼等权计算共同引导。这种方式虽然能模拟群体协作,但缺乏方向判断与个体差异性,容易导致种群收缩过快。为提升位置更新的灵活性,文献[24]引入群体协同与连锁跟随机制。不同于GWO仅依赖3只领头狼,该机制使每只狼在更新位置时参考所有之前已更新的狼的位置。从第4只狼开始(即非 α, β, δ 的个体),其位置更新公式为:

$$X_n(t+1) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} X_i(t), n = 4, 5, \dots, N \quad (19)$$

式中: $X_n(t+1)$ 表示第 n 只狼迭代更新后的新位置。随后,进一步强化狼群之间的连锁更新关系,将更新顺序提前至第2只狼(即非 α 的个体),且同样使用加权平均思想进行位置更新。这种方法能在早期快速拉动狼群向猎物靠拢,加快全局搜索,但会增加狼群对 α 狼的依赖。

文献[25]设计出一套灵活的位置更新机制。首先结合PSO思想,为每只灰狼添加“速度”的概念,使其融入到位置更新公式中,以强化早期全局搜索能力,提升种群多样性。公式为:

$$v_{rand}(t) = v_{rand}(t) + \phi \cdot (X_{best} - X) + \phi \cdot (X_{selfbest} - X) \quad (20)$$

$$X = X + v_{rand}(t) \quad (21)$$

式中: $v_{rand}(t)$ 为当前迭代 t 的速度矢量; ϕ 为 $[0, 1]$ 区间内的随机数; X_{best} 为全局最优位置; $X_{selfbest}$ 为个体历史最优位置; X 为个体当前位置。

其次,引入IMF(Inverse Multiquadric Function)惯性权重策略,通过动态惯性因子 ω 来调节3只领头狼对位置更新的影响 $X_{1,2,3}$,实现不同阶段探索与开发之间的平衡。公式为:

$$\omega = a \cdot e^{-b \cdot d^{(-c)}} + d \quad (22)$$

$$X_{1,2,3} = X_{\alpha,\beta,\delta} - \omega \cdot A_{1,2,3} \cdot D_{\alpha,\beta,\delta} \quad (23)$$

式中: $a = 0.6, b = 0.02, c = 0.05, d = 0.3$ 。

最后,引入基于Sigmoid函数的自适应扰动机制,根据聚集度 ϕ 动态调整个体搜索幅度,增强局部搜索能力与跳出局部最优的概率。公式为:

$$\phi = \frac{1}{1 + (e^{-f_i/f_{ave}})^{\theta}} \quad (24)$$

$$Y_i = Y_i \cdot \phi \quad (25)$$

式中: f_i 为第 i 个个体的适应度值; f_{ave} 为种群的平均适应度值,指数系数 $\theta = 0.5$; Y_i 为第 i 个个体在迭代过程中根据个体适应度与种群平均适应度的差异进行自适应调整后的位置。以上策略机制可兼顾早期的全局搜索与后期的局部搜索能力,显著提升了GWO在复杂优化问题中的收敛速度、精度与稳定性。

文献[26]提出基于代表性机制的灰狼优化算法,其核心改进在于引入代表性搜索策略(Representative-Based Hunting, RH),通过构建代表个体档案(Representative Archive, RA)记录种群中适应度较优的个体,引导位置更新。RH策略通过3个位置向量联合构成候选位置:首先,从RA中存储的适应度值最优的5个个体中随机选择1个个体 X_{R_best} 作为位置引导方向,以减少GWO原有更新策略中的贪婪性;其次,从RA中随机选择1个个体 $X_{R_archive}$,用于增加种群多样性;最后,从整个种群中随机选取两个个体 X_{pop1} 和 X_{pop2} ,以提升全局搜索能力并有效避免早熟收敛。最终生成候选位置 $X_{i_R_GWO}$,计算公式为:

$$X_{i_R_GWO}(t+1) = X_{R_best} + cd \cdot (X_i(t) - X_{R_archive}) + \delta \cdot (X_{pop1} - X_{pop2}) \quad (26)$$

式中: cd 为基于正切函数的非线性调节因子,用于避免陷入局部最优; δ 为随着迭代次数 t 由1非线性递减至0的扰动控制因子,用于平衡探索与开发。随后,算法保留基于RH策略生成的位置 $X_{i_R_GWO}$ 与GWO更新得到的位置 X_{i_GWO} 中适应度更优的位置。

文献[27]基于离心距离变化率设计出自适应权重位置更新策略。定义离心距离变化率 λ_x 为:

$$\lambda_x = \frac{dist_{x,max} - dist_{x,ave}}{dist_{x,max}} \quad (27)$$

式中: $x = \alpha, \beta, \sigma$; $dist_{x,max}$ 和 $dist_{x,ave}$ 分别表示最大离心距离和平均离心距离。离心距离为当前个体与对应领头狼之间的欧氏距离,可有效反映候选解的动态分布。基于离心距离变化率进一步设计自适应权重因子,用于动态调整不同领头狼的引导比例,最终采用自适应加权的方式实现位置更新。

受自然界中灰狼个体狩猎行为的启发,文献[28]提出一种融合邻域构造与维度差分学习思想的个体位置更新策略,称为维度学习狩猎机制(Dimension Learning-Based Hunting, DLH)。在每一轮迭代中,首先根据GWO公式得到当前个体 X_i 的候选位置 X_{i_GWO} ,并以其与原位置之间的欧氏距离作为动态邻域半径 R_i 。表示为:

$$R_i(t) = \|X_i(t) - X_{i_GWO}(t+1)\| \quad (28)$$

其次,以该半径构造邻域集合 $N_i(t)$,包含所有与个体距离不超过 $R_i(t)$ 的邻近个体。在每个维度上分别从邻域集合中选取一名邻居个体 X_n ,并从种群中随机选取另一名个体 X_r ,用于生成基于维度差分的备选解 X_{i_DLH} 。公式为:

$$X_{i_DLH}(t+1) = X_{i,d}(t) + rand \cdot (X_{n,d}(t) - X_{r,d}(t)) \quad (29)$$

式中: $rand$ 为区间 $[0,1]$ 内的随机数; d 为维度索引。个体在每一维度上独立学习邻域差异信息,增强了变异性与维度间解耦性,显著提高了跳出局部最优的概率。最终,算法对标准GWO得到的位置 X_{i_GWO} 与该策略生成的位置 X_{i_DLH} 进行适应度值比较,选取其中更优者作为下一代解。

3.4 混合算法策略

将两个或多个优化算法混合为SI算法研究中的一种常见改进途径,其基本思想是借助不同算法在搜索机制上的互补性来提升整体性能^[19]。例如,文献[29]通过引入哈里斯鹰算法(Harris Hawks Optimization, HHO)中的开发阶段思想,设计出基于猎物能量与逃逸概率的突袭策略组合。在位置更新时引入跳跃扰动与动态分布控制,赋予个体类似哈里斯鹰的飞行能力,以增强跳出局部最优的能力,提升了全局搜索精度。针对GWO在高维问题中易陷入局部最优、探索与开发不平衡的问题,文献[30]借鉴猫群算法(Cat Swarm Optimization, CSO)中的跟踪模式和搜寻模式,研究构建了3种改进版本:①仅基于跟踪模式,通过引入速度向量对3只领头狼加以干扰并更新,增强其全局搜索能力;②仅基于搜寻模式,通过记忆池对3只领头狼加以扰动,并择优选择完成狼的位置更新,避免陷入局部最优;③融合两种模式分工协同,即 α 狼采用跟踪模式, β 和 δ 狼采用搜索模式,从而更好地平衡探索与开发。实验结果表明,仅基于跟踪模式的改进算法具有较高的精度和探索开发性能。文献[31]提出GWO与算术优化算法(Arithmetic Optimization Algorithm, AOA)的混合算法,在迭代过程中通过随机概率动态选择GWO加权引导或AOA算术扰动的位置更新方式。其中,GWO对3只领头狼进行适应度加权引导可有效避免AOA最优个体主导位置更新的过度影响,而AOA算术扰动扩大了算法的搜索范围并增强了跳出局部最优的能力。文献[32]提出GWO与融合象群优化算法(Elephant Herding Optimization, EHO)混合的算法,通过EHO的氏族更新将狼群划分为多个子群体,使每个子群体内部独立进行等权平均位置更新,并通过引

入氏族中心引导个体向集体方向靠拢,从而提高收敛速度与精度。同时,设计模拟雄象离群行为的分离操作,定期对适应度最差的个体进行扰动,增强种群多样性与跳出局部最优的能力。文献[33]在GWO中舍弃 δ 狼,再混合鸟群算法(Bird Swarm Algorithm, BSA)的觅食行为、警觉行为与飞行行为,通过融合个体历史最优位置和跳跃飞行扰动来提升算法性能。

4 GWO应用

近年来,随着GWO在理论与性能方面的持续演进,其在实际应用中的表现也愈发亮眼。本文从机器学习、电力与能源、工程优化、路径规划、网络与通信5个典型领域展开论述,以期后续研究提供实践参考。

4.1 机器学习

4.1.1 特征选择

特征选择指在原始数据中剔除冗余或无关特征,选择出最具代表性的特征数据。通过GWO进行特征选择可以利用其良好的全局搜索能力,高效定位最优特征子集,提升模型性能。文本聚类是文本挖掘的关键技术,旨在将文本按语义结构组织成概念簇,但文本数据存在大量非信息特征,导致聚类算法效率低下,因此需要特征选择提升聚类性能。文献[34]利用GWO从文本数据中选择局部最优特征,再利用蚱蜢优化算法(Grasshopper Optimization Algorithm, GOA)从中筛选出全局最优特征,挑选出对文本聚类具有代表性的特征。随着借贷行业的发展,借款人的违约风险不断攀升,而在进行借贷违约预测时需要用户基本信息、借贷记录等大量高维度特征数据。传统特征选择方法需要依赖大量代理来探索特征空间,不仅计算成本高,而且易陷入局部最优。为此,文献[35]通过ACO信息素浓度对路径选择的引导作用,以及启发式函数对解质量的预估来引导GWO生成更具代表性的初始解,有效减少了算法对搜索代理数量的依赖,展现出更快的收敛速度和更准确的借贷预测性能。宫颈癌是全球女性最致命的重疾之一,宫颈细胞图像的精准分析对于该病的早期诊断至关重要,而该类图像包含形态、纹理、颜色等数百维特征,存在严重的数据冗余。文献[36]通过主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)对宫颈细胞图像特征进行降维,采用GWO从降维后的特征空间中筛选出对宫颈细胞分类最具判别力的特征子集。标准GWO为连续型优化算法,无法直接处理离散决策问题。针对特征选择的离散优化问题,文献[37]使用Sigmoid函数将连续搜索空间映射为二进制编码,并引入基于概率阈值的种群初始化方法帮助灰狼尽可能早地获得最近的初始Pareto前沿,以解决标准二进制GWO存在的种群多样性不足和初始随机性高的问题。文献[38]使用余弦传递函数将连续解转换成二进制形式,并通过引入极值搜索策略来提高转换后二进制解的效率。这些改进不仅为特征选择问题提供了更高效的解

决方案,而且为连续优化算法向离散领域的迁移提供了可借鉴的路径。垃圾邮件泛滥导致互联网用户面临安全威胁,通过特征选择筛选出垃圾邮件可以净化网络环境。传统算法在二进制特征空间中容易陷入局部最优,导致分类准确率降低。为此,文献[39]结合BA与GWO,通过引入动量加速机制和极值搜索策略来提高算法在二进制特征空间中的搜索效率。在两个数据集上的实验结果表明,所提算法在提高分类准确率的同时还能显著降低将正常邮件误判为垃圾邮件的概率。

4.1.2 神经网络训练

神经网络的性能依赖于其参数配置,而手动调参不仅耗时费力,而且容易陷入局部最优或出现过拟合。标准Elman神经网络通常采用梯度下降法训练结构参数,可能会存在难以找到全局最优解、收敛速度慢、对初始参数依赖性高的问题。为此,文献[40]采用改进GWO算法优化Elman网络参数,提高了网络的预测性能。中国三峡水库地区的滑坡状况对当地居民构成了重大威胁,文献[41]通过GWO搜索全局最优解,优化反向传播神经网络(Back-propagation Neural Network, BPNN)的参数,并结合变分模态分解理论和小波分析提出滑坡位移预测公式,该模型的预测误差显著低于其他优化算法。传统心电图分类依赖人工特征工程和经验调参,存在效率低、泛化能力差的问题。文献[42]利用GWO优化递归卷积神经网络(Recurrent Convolutional Neural Network, RCNN)的超参数,应用于心电图分类,提高了心律失常的检测准确率。皮肤镜图像中癌变区域的手动检查给专家带来沉重负担。文献[43]采用结合指数衰减策略与邻域学习机制改进的GWO对全卷积编码器解码器网络(Fully Convolution Encoder Decoder Network, FCEDN)的超参数进行优化,高效找到皮肤镜图像中的皮肤癌变区域。在生物柴油生产中,油与甲醇的不相溶性会降低反应速率,超声波与红外辐射的协同作用可加速反应,但需要优化工艺参数。文献[44]采用GWO优化人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)的权重和阈值,基于训练好的ANN对不同工艺参数进行预测,从而确定最佳工艺参数。

4.1.3 支持向量机参数优化

支持向量机(Support Vector Machine, SVM)是一种基于结构风险最小化的监督学习模型,通过寻找最优超平面完成分类或回归任务。利用GWO自动搜索SVM的最优超参数可以提升模型分类精度并降低人工调参成本。

地震诱发土壤液化潜力预测是建筑工程和岩土工程中的一项重要任务。文献[45]选择SVM作为基础分类器来预测地震诱发土壤液化潜力,分别采用GA和GWO对SVM的参数进行优化,构建了双混合分类模型。结果表明,GWO优化的SVM性能略优于GA,展现出更强的分类能力,而且在训练过程中的迭代曲线收敛更快。预测混凝土的抗压强度可避免因材料性能不足导致的结构风险。由于其强度受多变量复杂非线性关系的影响,单一预测模型难以准确拟合。文献[46]采用GWO优化支持向量回归

(Support Vector Regression, SVR)的参数,增强了SVR对非线性关系的拟合能力。情绪识别广泛应用于精神分裂症、自闭症等患者的治疗中,但基于声音、面部表情的情绪识别方法因人类可故意掩盖情绪而可靠性存疑。文献[47]通过设计非线性递减收敛因子和增强 α 狼引导的位置更新公式来改进GWO,进而优化SVM的参数,提升了情绪识别精度。高铁在行驶过程中,受电弓与接触网之间可能产生电弧放电,损害行驶安全。文献[48]提出一种基于GWO优化的SVM分类方法,采用GWO对SVM的参数进行优化,通过提取电流信号的均值、方差等特征数据识别受电弓电弧状态,为受电弓电弧的实时检测提供了高精度、低延迟的解决方案。

4.1.4 聚类分析

聚类是一种无监督学习方法,通过度量样本相似性将数据划分为若干簇,使得同一簇内样本相似度高而不同簇间差异显著。GWO通过优化聚类算法的关键参数或直接优化聚类中心位置来提升聚类结果的紧密度和分离度。

无线传感器网络(Wireless Sensor Network, WSN)中的传感器节点电量有限,为减少其能量消耗,文献[49]将节点剩余能量、节点欧氏距离和节点信任因子因素作为适应度函数,采用GWO选举簇头,并采用分层聚类划分若干簇,使簇内节点仅与簇头进行通信,从而降低WSN的能量消耗,延长网络寿命。文献[50]提出一种基于差分扰动算子与同步参数更新策略改进的GWO,并将其应用于聚类任务中。其将算法的每个解视为一个聚类中心,以最小化平方和误差作为适应度函数来优化聚类效果。结果表明,该算法在23个标准基准函数与12个聚类数据集中均表现出优越性能。针对模糊C-均值聚类算法(Fuzzy C-Means Clustering Algorithm, FCM)应用于日负荷曲线聚类分析时易受初始聚类中心影响、易收敛于局部最优值等问题,文献[51]引入GWO对初始聚类中心进行优化,通过结合GWO的全局搜索能力与模糊C-均值的局部搜索能力来提高日负荷曲线的聚类效果并增强算法的鲁棒性。文献[52]提出一种融合混沌GWO的K-means聚类方法,采用Tent混沌序列初始化种群以提升全局搜索能力,并引入基于精英个体的变异机制增强局部搜索性能,克服了K-means聚类对初始中心敏感和易陷入局部最优的问题。

4.2 电力与能源

最优无功功率分配(Optimal Reactive Power Dispatch, ORPD)是电力系统优化中的核心问题,目的是最小化功率损耗、降低运行成本。文献[53]将最小化功率损耗和负载母线上的电压偏差作为目标,采用GWO与PSO的混合算法求解ORPD问题,对电网性能带来明显提升。文献[54]采用GWO优化发电机电压、变压器分接头位置以及无功补偿器容量,用来最小化系统的功率损耗、电压偏差和能源成本。最大功率点跟踪(Maximum Power Point Tracking, MPPT)是新能源发电系统里核心的控制问题,其可实时调整电力电子变换器的工作状态,使发电系统始终处于最大功率输出点,以应对环境变化带来的功率—电压曲线非线

性特性。文献[55]通过GWO来优化PSO在光伏系统MPPT控制器中的超参数配置,效果比单纯PSO算法更好。短期负荷预测(Short-Term Load Forecasting, STLF)可优化发电计划、降低运营成本,预防过载或备用容量不足引发的停电风险。文献[56]提出一种结合带自适应噪声的改进型完全集成经验模态分解(Improved Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition with Adaptive Noise, ICEEM-DAN)与多核极限学习机(Multi-Kernel Extreme Learning Machine, MKELM)的混合预测方法,利用GWO同时优化MKELM中的核函数超参数与核权重系数,提升模型对非线性、非平稳负荷数据的建模能力。光伏发电系统容易受到太阳辐照度等环境因素影响,这给大规模光伏并网以及电网的安全稳定运行与调度带来巨大挑战。文献[57]提出一种基于特征优化与混合GWO优化双向长短期记忆网络(Bidirectional Long Short-Term Memory Network, BiLSTM)的短期光伏功率预测方法,解决了光伏序列的强噪音干扰以及单一模型在光伏功率预测方面精度低和泛化性差的问题。光伏分布式电源(Photovoltaic Distributed Generation, PV-DG)优化配置通常指在满足电网安全运行约束的前提下最小化功率损耗、改善电压质量,并提升可再生能源利用率。文献[58]将GWO与PSO结合起来,用于解决电力配电系统中多光伏分布式发电单元的最优选址与容量配置问题,显著降低了网络损耗,提高了电压质量。

4.3 工程优化

文献[59]在GWO的基础上引入正弦余弦算法(Sine Cosine Algorithm, SCA)的扰动更新机制并结合多策略改进,在面对不同约束条件和目标函数时表现出更强的寻优性能与鲁棒性。柔性作业车间调度问题(Flexible Job Shop Scheduling Problem, FJSP)是制造业中的经典问题,一般以最小化完工时间、优化资源利用率为目标,为多个工件分配机器资源,并确定加工顺序。文献[60]引入非线性收敛因子与WOA的螺旋搜索机制,构建出一种自适应GWO,增强了FJSP任务的搜索效率与解质量。雾计算中的服务激活管理是指在雾计算环境中对分布式服务的部署、资源分配、任务调度及运行状态进行动态优化。文献[61]借助优化多目标函数和分层搜索机制提出多目标GWO,显著提升了系统能效和任务执行效率,为雾计算环境下的资源管理提供了一种高效、鲁棒的解决方案。为增强不同城市之间的物流配送效率,文献[62]提出一种融合分段线性映射与黄金正弦算法(Golden Sine Algorithm, Gold-SA)改进的GWO,用于求解京津冀地区物流网点辐射中心定址问题。该算法有效缩短了网点与辐射中心的平均距离,节省了物流资源,提升了配送效率。温度控制和交货延迟等会导致生鲜产品成本增加。为此,文献[63]将禁忌搜索的多邻域扰动算子与禁忌表机制引入到GWO中,以增强算法的局部搜索能力与解的多样性。该算法还构建了包含固定成本、运输成本、货损成本与时间窗惩罚成本在内的综合成本最小化目标函数,在路径规划精度与成本控制方面

取得了明显效果。文献[64]针对西雅图气候条件下的办公建筑进行了参数优化实验,借助建筑能耗仿真平台 EnergyPlus 提出一种基于 GWO 的建筑能耗优化策略,优化了建筑朝向、东西窗宽和遮阳透射率等参数,降低了年能耗。

4.4 路径规划

路径规划问题是指在既定的三维或二维环境中,为机器人、无人机等移动智能体寻找一条从起点到终点的最优可行路径。研究人员不仅需要专注于寻找最短路径长度、最短执行时间,还要致力于降低计算复杂性与能源消耗。文献[65]提出融合差分进化算法(Differential Evolution, DE)的改进型 GWO,可使无人机在灾难发生时高效规划出兼顾路径长度与路径平滑度的飞行路线。文献[66]引入 Tent-Sine 混沌映射提升初始种群多样性,同时结合非线性自适应惯性权重、基于精英策略的对立学习方法与蝴蝶优化算法(Butterfly Optimization Algorithm, BOA)的随机游走策略,提出一种面向无人配送机器人路径规划任务的改进 GWO。该算法在测试函数与真实路径规划场景中均有显著优势,规划出的路径在长度与平滑度方面均优于对比算法。无人机在现代农业中可用于农作物药物喷洒、害虫监测等,受限于无人机在续航力和负载能力方面的不足,文献[67]在 GWO 的基础上引入模拟退火算法(Simulated Annealing, SA)的概率跃迁机制来避免算法陷入局部最优,并将收敛因子改进为指数衰减。实验结果表明,该算法在不同精度的地图上均可以规划出最优路径。无人机在飞行时要避免碰撞高层建筑、树木、山脉等,还要在规定时间内到达目标位置。文献[68]提出一种基于强化学习的增强变权 GWO,在路径代价、收敛速度与执行时间等指标上均优于其他 GWO 改进算法。文献[69]基于 GWO 与 PSO 的混合算法实现机器人的多目标路径规划:首先,构建初始路径,实现路径距离最小化;其次,将该算法生成的所有最优路径可行点与局部搜索技术相结合,将不可行点转化为可行点解;最后,使用避碰检测算法和进化算法(Evolutionary Algorithm, EA)进行路径平滑优化。实验结果表明,该算法在路径长度、平滑度与执行时间等方面均优于其他对比算法,展示了其在复杂多目标场景下的有效性与实用性。

4.5 网络与通信

WSN 是由多个传感器节点构成的分布式网络,通过感知、无线通信等功能收集覆盖区域内感知对象的监测信息,具有成本低、自适应能力强等优点。在实际部署时,传感器节点一般采用随机抛洒的方式,可能会造成能量损耗、节点分布不均匀、覆盖率低等问题,因此需要优化节点部署,从而提高网络监测性能、延长网络寿命。文献[70]提出一种融合多策略的改进 GWO,在不同数量的节点覆盖实验中,该算法规划的节点较其他算法分布得更均匀、冗余覆盖更少,且最优覆盖率和平均覆盖率最高。为提高 WSN 覆盖率,减少二次部署中节点移动的能量消耗以及牵涉节点数目,文献[71]提出一种混合 GWO 与 BOA 的算法进行网络覆盖优化。文献[72]提出一种混合 SA 与改进

GWO 的异构无线传感器网络路由协议,提升了网络生命周期和能耗均衡性。为应对 3D 环境下的无线传感器定位挑战,文献[73]提出 GWO 与 FA 的混合算法,该算法将迭代分为两部分,前期探索部分由 GWO 完成,后期开发部分由 FA 完成。实验结果表明,该混合算法的定位精度优于其他算法,验证了其在三维 WSN 定位问题中的有效性与实用性。

5 结语

GWO 凭借结构简单、参数少、易实现等优点,成为 SI 领域的重要算法之一。本文首先介绍了 GWO 的生物学启发来源与数学建模原理;其次分析了其在种群初始化、收敛因子、位置更新公式、混合算法中的改进方向;最后阐述了其在多个应用领域的研究成果,为后续相关研究提供参考。

然而,GWO 在理论深度与泛化能力方面仍有提升空间。未来研究可以从以下几个方向展开:①当前对 GWO 的收敛性、稳定性与复杂性等理论研究不足,今后可加强研究基础理论研究,给算法的改进与性能评估提供更扎实的理论支撑;②目前许多研究采用经验性改进方法,未来应聚焦于基于问题反馈的动态融合调度机制,提升 GWO 在不同问题场景下的泛化能力与自适应能力;③目前 GWO 多与其他元启发式算法相结合,今后可借助神经网络等深度学习模型,实现策略的自适应调控与实时反馈;④随着物联网、边缘计算的发展,GWO 在资源受限环境下的轻量化部署与高效计算成为挑战,今后可聚焦于构建高效的轻量级 GWO 算法框架,提升其在嵌入式系统与终端设备中的实际可用性。

参考文献:

- [1] CHEN L F, CAO K X, ZHANG S P, et al. Recent advances in swarm intelligence optimization algorithms [J]. Computer Engineering and Applications, 2024, 60(19):46-67.
陈丽芳,曹柯欣,张思鹏,等.群智能优化算法最新进展[J].计算机工程与应用, 2024, 60(19):46-67.
- [2] WHITLEY D. A genetic algorithm tutorial [J]. Statistics and Computing, 1994, 4:65-85.
- [3] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]//Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks, 1995: 1942-1948.
- [4] DORIGO M, MANIEZZO V, COLORNI A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 1996, 26(1):29-41.
- [5] KARABOĞA D, BASTURK B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. Journal of Global Optimization, 2007, 39:459-471.
- [6] YANG X S. Firefly algorithms for multimodal optimization [C]//International Symposium on Stochastic Algorithms, 2009: 169-178.
- [7] YANG X S. A new metaheuristic bat-inspired algorithm [M]. Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [8] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm [J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95:51-67.

- [9] XUE J, SHEN B. A novel swarm intelligence optimization approach: sparrow search algorithm[J]. *Systems Science & Control Engineering*, 2020, 8(1):22-34.
- [10] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69:46-61.
- [11] MAKHADMEH S N, AL-BETAR M A, DOUSH I A, et al. Recent advances in grey wolf optimizer, its versions and applications[J]. *IEEE Access*, 2023, 12:22991-23028.
- [12] FARIS H, ALJARAHI I, AL-BETAR M A, et al. Grey wolf optimizer: a review of recent variants and applications[J]. *Neural Computing and Applications*, 2018, 30:413-435.
- [13] DADA E, JOSEPH S, OYEWOLA D, et al. Application of grey wolf optimization algorithm; recent trends, issues, and possible horizons[J]. *Gazi University Journal of Science*, 2022, 35(2):485-504.
- [14] NEGI G, KUMAR A, PANT S, et al. GWO: a review and applications[J]. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 2021, 12:1-8.
- [15] ZHANG X F, WANG X Y. A review of research on the grey wolf optimizer[J]. *Computer Science*, 2019, 46(3):30-38.
张晓凤, 王秀英. 灰狼优化算法研究综述[J]. *计算机科学*, 2019, 46(3):30-38.
- [16] AGUSHAKA J O, EZUGWU A E, ABUALIGAH L, et al. Efficient initialization methods for population-based metaheuristic algorithms: a comparative study[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2023, 30(3):1727-1787.
- [17] XU Z, YANG H, LI J, et al. Comparative study on single and multiple chaotic maps incorporated grey wolf optimization algorithms[J]. *IEEE Access*, 2021, 9:77416-77437.
- [18] JI T. Research on WSN coverage optimization based on improved swarm intelligence[D]. Nanjing: Nanjing Forestry University, 2022.
季涛. 基于改进群智能算法的WSN覆盖优化研究[D]. 南京: 南京林业大学, 2022.
- [19] LIU Y, AS'ARRY A, HASSAN M K, et al. Review of the grey wolf optimization algorithm: variants and applications[J]. *Neural Computing and Applications*, 2024, 36(6):2713-2735.
- [20] LIU W, GUO Z Q, JIANG F, et al. Improved grey wolf optimizer based on cooperative attack strategy and its PID parameter optimization[J]. *Journal of Frontiers of Computer Science and Technology*, 2023, 17(3):620-634.
刘威, 郭直清, 姜丰, 等. 协同围攻策略改进的灰狼算法及其PID参数优化[J]. *计算机科学与探索*, 2023, 17(3):620-634.
- [21] OU Y, ZHOU K Q, YIN P F, et al. Improved grey wolf optimizer algorithm based on dual convergence factor strategy[J]. *Journal of Computer Applications*, 2023, 43(9):2679-2685.
欧云, 周恺卿, 尹鹏飞, 等. 双收敛因子策略下的改进灰狼优化算法[J]. *计算机应用*, 2023, 43(9):2679-2685.
- [22] WANG Y, WANG T, DONG S, et al. An improved grey-wolf optimization algorithm based on circle map[C]// Shangri-La: 2020 International Conference on Machine Learning and Computer Application, 2020.
- [23] HOU Y, GAO H, WANG Z, et al. Improved grey wolf optimization algorithm and application[J]. *Sensors*, 2022, 22(10):3810.
- [24] SEYYEDABBASI A, KIANI F. I-GWO and Ex-GWO: improved algorithms of the grey wolf optimizer to solve global optimization problems[J]. *Engineering with Computers*, 2021, 37(1):509-532.
- [25] YU M, XU J, LIANG W, et al. Improved multi-strategy adaptive grey wolf optimization for practical engineering applications and high-dimensional problem solving[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2024, 57(10):277.
- [26] BANAIE-DEZFOULI M, NADIMI-SHAHRAKI M H, BEHESHTI Z. R-GWO: representative-based grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 106:107328.
- [27] SONG Y, GAO G, LIANG C, et al. UAV path planning based on multi-strategy improved grey wolf algorithm[J]. *Electronic Measurement Technology*, 2025, 48(1):84-91.
宋宇, 高岗, 梁超, 等. 基于多策略改进灰狼算法的无人机路径规划[J]. *电子测量技术*, 2025, 48(1):84-91.
- [28] NADIMI-SHAHRAKI M H, TAGHIAN S, MIRJALILI S. An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. *Expert Systems with Applications*, 2021, 166:113917.
- [29] TU B, WANG F, HUO Y, et al. A hybrid algorithm of grey wolf optimizer and Harris hawks optimization for solving global optimization problems with improved convergence performance[J]. *Scientific Reports*, 2023, 13(1):22909.
- [30] GUO M, WANG J S, ZHU L F, et al. An improved grey wolf optimizer based on tracking and seeking modes to solve function optimization problems[J]. *IEEE Access*, 2020, 8:69861-69893.
- [31] ZHANG W N, ZHOU Q L, JIAO C Y, et al. Hybrid algorithm of grey wolf optimizer and arithmetic optimization algorithm for class integration test order generation[J]. *Computer Science*, 2023, 50(5):72-81.
张文宇, 周清雷, 焦重阳, 等. 基于灰狼算术混合优化算法的类集成测试序列生成方法[J]. *计算机科学*, 2023, 50(5):72-81.
- [32] HOSEINI Z, VARAEE H, RAFIEIZONOZ M, et al. A new enhanced hybrid grey wolf optimizer (GWO) combined with elephant herding optimization (EHO) algorithm for engineering optimization[J]. *Journal of Soft Computing in Civil Engineering*, 2022, 6(4):1-42.
- [33] YAN A J, YAN J. Method of feature weight optimization based on grey wolf and bird swarm algorithm[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2023, 49(10):1088-1098.
严爱军, 严晶. 基于灰狼-鸟群算法的特征权重优化方法[J]. *北京工业大学学报*, 2023, 49(10):1088-1098.
- [34] PURUSHOTHAMAN R, RAJAGOPALAN S, DHANDAPANI G. Hybridizing Gray Wolf Optimization (GWO) with Grasshopper Optimization Algorithm (GOA) for text feature selection and clustering[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 96:106651.
- [35] SAM'AN M, DERIS M, FARIKHIN. An improved grey wolf optimization based heuristic initialization algorithm for feature selection in P2P lending default prediction[J]. *International Journal of Computers and Applications*, 2025, 47(3):235-245.
- [36] BASAK H, KUNDU R, CHAKRABORTY S, DAS N. Cervical cytology classification using PCA and GWO enhanced deep features selection[J]. *SN Computer Science*, 2021, 2(5):369.
- [37] ALBASHAH N L S, RAIS H M. Population initialization factor in binary multi-objective grey wolf optimization for features selection[J]. *IEEE Access*, 2022, 10:114942-114958.
- [38] BANAIE-DEZFOULI M, NADIMI-SHAHRAKI M H, BEHESHTI Z. BE-GWO: binary extremum-based grey wolf optimizer for discrete optimization problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2023, 146:110583.
- [39] DHAL P, AZAD C. Hybrid momentum accelerated bat algorithm with GWO based optimization approach for spam classification[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2024, 83(9):26929-26969.
- [40] LIU W, SUN J, LIU G, et al. Improved GWO and its application in parameter optimization of Elman neural network[J]. *PLOS One*, 2023, 18(7):e0288071.
- [41] GUO Z, CHEN L, GUI L, et al. Landslide displacement prediction based on variational mode decomposition and WA-GWO-BP model[J]. *Landslides*, 2020, 17:567-583.
- [42] SINGH P N, MAHAPATRA R P. A novel deep learning approach for arrhythmia prediction on ECG classification using recurrent CNN with GWO[J]. *International Journal of Information Technology*, 2024, 16(1):577-585.

- [43] MOHAKUD R, DASH R. Skin cancer image segmentation utilizing a novel EN-GWO based hyper-parameter optimized FCEDN[J]. Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2022, 34(10):9889-9904.
- [44] SEBAYANG A, KUSUMO F, MILANO J, et al. Optimization of biodiesel production from rice bran oil by ultrasound and infrared radiation using ANN-GWO[J]. Fuel, 2023, 346:128404.
- [45] ZHOU J, HUANG S, WANG M, et al. Performance evaluation of hybrid GA-SVM and GWO-SVM models to predict earthquake-induced liquefaction potential of soil: a multi-dataset investigation[J]. Engineering with Computers, 2022, 38:4197-4215.
- [46] AHMED H U, MOSTAFA R R, MOHAMMED A, et al. Support vector regression (SVR) and grey wolf optimization (GWO) to predict the compressive strength of GGBFS-based geopolymer concrete[J]. Neural Computing and Applications, 2023, 35(3):2909-2926.
- [47] YAN X, LIN Z, LIN Z, et al. A novel exploitative and explorative GWO-SVM algorithm for smart emotion recognition[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 10(11):9999-10011.
- [48] LI B, LUO C, WANG Z. Application of GWO-SVM algorithm in arc detection of pantograph[J]. IEEE Access, 2020, 8:173865-173873.
- [49] DINESH K, SVN S K. GWO-SMSLO: grey wolf optimization based clustering with secured modified sea lion optimisation routing algorithm in wireless sensor networks[J]. Peer-to-Peer Networking and Applications, 2024, 17(2): 585-611.
- [50] SHIAL G, SAHOO S, PANIGRAHI S. An enhanced GWO algorithm with improved explorative search capability for global optimization and data clustering[J]. Applied Artificial Intelligence, 2023, 37(1): 2166232.
- [51] WU Y X, GAO C, CAO H Z, et al. Clustering analysis of daily load curves based on GWO algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(6):68-76.
吴亚雄, 高崇, 曹华珍, 等. 基于灰狼优化聚类算法的日负荷曲线聚类分析[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(6):68-76.
- [52] LI J, LI S, WANG Z R, et al. K-Means algorithm merged with chaotic grey wolf optimization algorithm[J]. Computer Simulation, 2024, 41(5):343-347, 358.
李金, 李素, 王祖荣, 等. 融合混沌灰狼优化算法的K-均值聚类算法[J]. 计算机仿真, 2024, 41(5):343-347, 358.
- [53] SHAHEEN M A, HASANIEN H M, ALKUHAAYLI A. A novel hybrid GWO-PSO optimization technique for optimal reactive power dispatch problem solution[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2021, 12(1): 621-630.
- [54] JAMAL R, MEN B, KHAN N H. A novel nature inspired meta-heuristic optimization approach of GWO optimizer for optimal reactive power dispatch problems[J]. IEEE Access, 2020, 8:202596-202610.
- [55] ÁGUILA-LEÓN J, VARGAS-SALGADO C, DÍAZ-BELLO D, et al. Optimizing photovoltaic systems: a meta-optimization approach with GWO-Enhanced PSO algorithm for improving MPPT controllers[J]. Renewable Energy, 2024, 230:120892.
- [56] LI T, QIAN Z, HE T. Short-term load forecasting with improved CEEMDAN and GWO-based multiple kernel ELM[J]. Complexity, 2020(1): 1209547.
- [57] ZHAO R Y, WANG X H, ZHENG B H, et al. Short-term photovoltaic power prediction based on feature optimization and hybrid improved grey wolf algorithm-optimized BiLSTM network[J]. Power System Technology, 2025, 49(1):209-222.
赵如意, 王晓辉, 郑碧煌, 等. 基于特征优化和混合改进灰狼算法优化BiLSTM网络的短期光伏功率预测[J]. 电网技术, 2025, 49(1):209-222.
- [58] ALYU A B, SALAU A O, KHAN B, et al. Hybrid GWO-PSO based optimal placement and sizing of multiple PV-DG units for power loss reduction and voltage profile improvement[J]. Scientific Reports, 2023, 13(1):6903.
- [59] DUAN Y, YU X. A collaboration-based hybrid GWO-SCA optimizer for engineering optimization problems[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 213:119017.
- [60] ZHOU K, TAN C, ZHAO Y, et al. Research on solving flexible job shop scheduling problem based on improved GWO algorithm SS-GWO[J]. Neural Processing Letters, 2024, 56(1):26.
- [61] HASHEMI S M, SAHAFAI A, RAHMANI A M, et al. GWO-SA: gray wolf optimization algorithm for service activation management in fog computing[J]. IEEE Access, 2022, 10:107846-107863.
- [62] DIAO Y R, ZHANG Y S, DUAN R X, et al. Location model of logistics network radiant center based on improved based on improved grey wolf algorithm[J]. Computer Simulation, 2024, 41(7):178-183.
刁艳茹, 张仰森, 段瑞雪, 等. 改进灰狼算法的物流网点辐射中心定址模型[J]. 计算机仿真, 2024, 41(7):178-183.
- [63] ZHANG H, YAN J, WANG L. Hybrid tabu-grey wolf optimizer algorithm for enhancing fresh cold-chain logistics distribution[J]. PLOS One, 2024, 19(8):e0306166.
- [64] GHALAMBAZ M, YENGEJEH R J, DAVAMI A H. Building energy optimization using grey wolf optimizer (GWO)[J]. Case Studies in Thermal Engineering, 2021, 27:101250.
- [65] YU X, JIANG N, WANG X, et al. A hybrid algorithm based on grey wolf optimizer and differential evolution for UAV path planning[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 215:119327.
- [66] LUO Y, QIN Q, HU Z, et al. Path planning for unmanned delivery robots based on EWB-GWO algorithm[J]. Sensors, 2023, 23(4):1867.
- [67] DING Q, XU X. Improved GWO algorithm for UAV path planning on crop pest monitoring[J]. International Journal of Interactive Multimedia and Artificial Intelligence, 2022, 7(5): 30-39.
- [68] KUMAR R, SINGH L, TIWARI R. Novel reinforcement learning guided enhanced variable weight grey wolf optimization (RLV-GWO) algorithm for multi-UAV path planning[J]. Wireless Personal Communications, 2023, 131(3):2093-2123.
- [69] GUL F, RAHMAN W, ALHADY S N, et al. Meta-heuristic approach for solving multi-objective path planning for autonomous guided robot using PSO-GWO optimization algorithm with evolutionary programming[J]. Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing, 2021, 12(7):7873-7890.
- [70] OU Y, QIN F, ZHOU K, et al. An improved grey wolf optimizer with multi-strategies coverage in wireless sensor networks[J]. Symmetry, 2024, 16(3):286.
- [71] ZHANG J, QU Y, ZHANG J H, et al. Research on multi-target converge of WSN of hybrid grey wolf adaptive butterfly algorithm[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2024, 45(8):1993-2000.
张晶, 曲悦, 张家洪, 等. 混合灰狼-自适应蝴蝶算法下的多目标无线传感器网络覆盖研究[J]. 小型微型计算机系统, 2024, 45(8):1993-2000.
- [72] ZHAO X Q, REN S Y, ZHAI Y Z, et al. Heterogeneous wireless sensor network routing protocol based on simulated annealing algorithm and modified grey wolf optimizer[J]. Chinese Journal on Internet of Things, 2021, 5(2):97-106.
赵小强, 任少亚, 翟永智, 等. 基于模拟退火算法和改进灰狼优化器的异构无线传感器网络路由协议[J]. 物联网学报, 2021, 5(2):97-106.
- [73] SINGH P, MITTAL N, SINGH P. A novel hybrid range-free approach to locate sensor nodes in 3D WSN using GWO-FA algorithm[J]. Telecommunication Systems, 2022, 80(3):303-323.