

基于模糊语言三元背景的多维数据知识发现

曹玉洁¹, 刘红平², 邹丽¹

(1. 山东建筑大学 计算机科学与技术学院; 2. 山东建筑大学 理学院, 山东 济南 250101)

摘要: 随着人工智能技术的迅猛发展, 数据关系的复杂性已从传统的二维扩展至多维, 传统的形式概念分析在处理多维数据时面临显著挑战。为此, 提出一种模糊语言三元概念分析框架, 旨在应对不确定环境下复杂多维数据的分析需求。首先, 通过将语言术语集与三元概念分析相结合, 构建了模糊语言三元背景, 基于条件概念诱导算子, 提出一种生成模糊语言三元概念的算法; 其次, 构建模糊语言三元决策背景, 给出具有置信度的规则提取算法, 能够从多维数据中挖掘更多潜在知识; 最后, 通过引入RFM模型对淘宝用户购物行为数据进行分析, 验证了所提方法的有效性和合理性。

关键词: 模糊语言三元背景; 语言术语集; 知识发现; 规则提取; RFM模型

DOI: 10.11907/rjdk.251199

扫描二维码阅读全文:



中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1672-7800(2026)007-0127-07

Knowledge Discovery in Multidimensional Data Based on Fuzzy Linguistic Triadic Context

CAO Yujie¹, LIU Hongping², ZOU Li¹

(1. School of Computer Science and Technology, Shandong Jianzhu University;

2. School of Science, Shandong Jianzhu University, Ji'nan 250101, China)

Abstract: With the rapid advancement of artificial intelligence technology, the complexity of data relationships has expanded from traditional two-dimensional structures to multi-dimensional ones, posing significant challenges for conventional formal concept analysis in handling multi-dimensional data. To address this issue, this paper proposes a fuzzy linguistic triadic concept analysis framework, aiming to meet the analytical demands of complex multi-dimensional data in uncertain environments. First, by integrating linguistic term sets with triadic concept analysis, this paper constructs a fuzzy linguistic triadic context. Based on the conditional concept-forming operator, this paper introduces an algorithm for generating fuzzy linguistic triadic concepts. Second, this paper constructs a fuzzy linguistic triadic decision context and introduces a rule extraction algorithm with confidence measures, enabling the discovery of more latent knowledge from multi-dimensional data. Finally, by applying the RFM model to analyze Taobao user shopping behavior data, this paper validates the effectiveness and rationality of the proposed method.

Key Words: fuzzy linguistic triadic context; linguistic term set; knowledge discovery; rule extraction; RFM model

0 引言

形式概念分析(Formal Concept Analysis, FCA)是由Wille^[1]提出的一个重要数学理论, 它以概念格作为核心数据结构, 本质上描述了对对象与属性之间的二元关系, 因而

可作为一种处理二维数据的重要理论与方法。经过数十年的发展, FCA已成为数据挖掘和知识发现领域的一个重要研究方向, 受到学术界的广泛关注, 其研究主要集中在如下方面: 概念格构造^[1-2]、概念约简^[3-4]、规则提取^[5]和概念认知学习等^[6]。

随着人工智能技术的快速发展, 数据关系的表示已突

收稿日期: 2025-06-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(62176142, 62177031); 山东省自然科学基金项目(ZR2021MF099, ZR2022MF334)

作者简介: 曹玉洁(2000-), 女, CCF 学生会员, 山东建筑大学计算机科学与技术学院硕士研究生, 研究方向为模糊信息处理; 刘红平(1982-), 女, 博士, 山东建筑大学理学院副教授、硕士生导师, 研究方向为模糊拓扑、Domain 理论、模糊信息处理; 邹丽(1971-), 女, 博士, 山东建筑大学计算机科学与技术学院教授、硕士生导师, 研究方向为模糊信息处理、非经典逻辑、不确定性推理。本文通讯作者: 刘红平。

破单一维度的局限,其复杂性从传统的二维空间逐步拓展至三维乃至多维空间。尽管传统FCA处理二维数据已有大量研究,但在处理复杂多维数据时仍具有一定的局限性。Wille^[7]提出的三元概念分析(Triadic Concept Analysis, TCA)是对经典FCA的一种扩展,为解决多维数据关系分析提供了有效途径。TCA通过构建对象、属性和条件之间的三元关系,实现了对复杂数据结构的有效表示,并已取得了一系列重要研究成果。魏玲等^[8]系统性地阐述了三元概念的理论体系,全面阐述了相关方法及其应用场景。汤亚强等^[9]基于投影形式背景对三元形式概念分析下的认知系统进行了研究,提出了充分信息粒、必要信息粒和充分必要信息粒等核心概念,并建立了它们之间的转换机制。Ananias等^[10]提出一种在以三元组形式的查询时寻找三元概念的方法,并且允许三元概念的Hasse图的可视化和探索。为了实现跨粒度下的知识发现,Wan等^[11]提出多粒度三元背景,并构建了多层次三维数据结构。李俊余等^[12]基于三元因子分析方法提出高效的三元概念约简算法,进一步提升了计算效率。

在日常生活中,受人类思维固有的不确定性特征影响,个体往往更倾向于采用自然语言表达而非数值以描述信息。为有效处理这类语言信息,Zadeh^[13]提出语言变量与词计算理论。Novak等^[14]基于模糊类型论提出模糊评价语言的形式逻辑理论,研究了评价语言值推理和广义模糊逻辑理论。Zou等^[15]引入语言概念形式背景,研究了不完全环境下的多粒度语言约简算法。Pang等^[16]提出一种基于三支聚类的语言值分层概念格简化方法,有效降低了语言值分层概念格的规模复杂度。张烨等^[17]结合犹豫模糊语言术语集与形式概念分析,提出犹豫模糊语言形式背景,并成功应用于在线教学评价。贾楠等^[18]提出动态模糊语言形式背景,系统研究了基于动态模糊语言决策形式背景下的推理方法。

近年来,三元概念分析研究取得了显著进展,形成了较为完善的理论体系。然而,现有研究在语言值表达这一维度上仍存在明显不足。针对这一研究空白,本文将语言术语集引入三元背景中,构造模糊语言三元背景,研究基于模糊语言三元背景下的知识发现与规则提取等方法,既可进一步丰富形式概念分析理论,又为复杂数据的知识获取提供新的理论和方法。

1 预备知识

1.1 语言术语集

定义1^[19] 设 $S = \{s_\alpha | \alpha = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$ 为一个语言术语集个数为奇数的有序集合,其中 τ 为正整数,若集合 S 满足下列条件:①有序性:若 $i \geq j$,则 $s_i \geq s_j$;②负算子: $Neg(s_i) = s_{-i}$,特别地, $Neg(s_0) = s_0$;③最大算子: $i \geq j \Leftrightarrow \max(s_i, s_j) = s_i$;④最小算子: $i \leq j \Leftrightarrow \min(s_i, s_j) = s_i$ 。则称

集合 S 为下标对称的语言术语集。其中,中间的语言术语 s_0 语义值为中等,其余的语言术语均对称地放置在两侧。

1.2 三元概念分析

定义2^[7] 四元组 (U, A, C, I) 是一个三元背景,其中 U 是非空有限对象集, A 是非空有限属性集, C 是非空有限条件集, I 是 U, A 和 C 之间的三元关系,即 $I \subseteq U \times A \times C$ 。 $(x, a, c) \in I$ 表示对象 x 在条件 c 下具有属性 a , $(x, a, c) \notin I$ 表示对象 x 在条件 c 下不具有属性 a 。

定义3^[9] 设 (U, A, C, I) 为一个三元背景, $X \subseteq U$,在投影形式背景 (A, C, I_X) 下,对于 $B \subseteq A, D \subseteq C$,定义如下算子:

$$B^{(X^1)} = \{c \in C | \forall a \in B, (a, c) \in I_X\} \quad (1)$$

$$D^{(X^1)} = \{a \in A | \forall c \in D, (a, c) \in I_X\} \quad (2)$$

定义4^[9] 设 (U, A, C, I) 为一个三元背景, $B \subseteq A$,在投影形式背景 (U, C, I_B) 下,对于 $X \subseteq U, D \subseteq C$,定义如下算子:

$$X^{(B^2)} = \{c \in C | \forall x \in X, (x, c) \in I_B\} \quad (3)$$

$$D^{(B^2)} = \{x \in U | \forall c \in D, (x, c) \in I_B\} \quad (4)$$

定义5^[9] 设 (U, A, C, I) 为一个三元背景, $D \subseteq C$,在投影形式背景 (U, A, I_D) 下,对于 $X \subseteq U, B \subseteq A$,定义如下算子:

$$X^{(D^3)} = \{a \in A | \forall x \in X, (x, a) \in I_D\} \quad (5)$$

$$B^{(D^3)} = \{x \in U | \forall a \in B, (x, a) \in I_D\} \quad (6)$$

定义6^[9] 设 (U, A, C, I) 为一个三元背景。对于 $X \subseteq U, B \subseteq A, D \subseteq C$,如果 $B = D^{(X^1)}, D = B^{(X^1)}, X = D^{(B^2)}, D = X^{(B^2)}, X = B^{(D^3)}, B = X^{(D^3)}$,则称三元组 (X, B, D) 为三元形式背景 (U, A, C, I) 的一个三元概念。其中, X, B, D 分别称为三元概念 (X, B, D) 的外延、内涵和条件。记三元背景 (U, A, C, I) 中所有三元概念的集合为 $TL(U, A, C, I)$ 。

1.3 用户价值分群(RFM模型)

RFM模型是一种基于用户行为的分析工具,通过量化用户的购买行为,帮助企业更好地理解用户价值,从而制定精准的营销策略^[20]。RFM模型基于消费间隔(Recency)、消费频率(Frequency)、消费金额(Monetary)3个指标,具体含义如表1所示。

2 模糊语言三元概念分析

在日常生活中,人们通常使用语言值以表达偏好信息。为了处理不确定性环境下的不确定信息,本文提出模糊语言三元背景,定义模糊语言概念诱导算子,并讨论了其相关性质;基于模糊语言投影形式背景,提出一种通过固定条件以生成模糊语言三元概念的算法,从而进行多维数据的知识发现。

2.1 基于模糊语言三元背景的知识发现

定义7 五元组 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背

Table 1 The meaning of RFM indicators

表1 RFM指标含义

指标	解释	含义
R(Recency)	用户最近一次消费的时间间隔	R指标越高代表时间间隔越短,用户活跃度越高
F(Frequency)	用户在一段时间内消费的次数	F指标越高代表消费次数越多,用户忠诚度越高
M(Monetary)	用户在一段时间内消费的金额	M指标越高代表消费金额越多,用户贡献度越高

景,其中 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为一个非空有限的对象集, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 为一个非空有限的属性集, $C = \{c_1, c_2, \dots, c_r\}$ 为一个非空有限的条件集, $S = \{s_\alpha | \alpha = -\tau, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau\}$ 为一个语言术语集, 映射 $I: U \times A \times C \rightarrow S$, 即 I 表示 $U \times A \times C$ 在 S 上具有语言值的三元关系, $I(x, a, c) = s_\alpha \in S$ 表示在条件 c 下对象 x 具有属性 a 的隶属度为 s_α 。

对于非空有限属性集 $B \subseteq A$, 记 $\tilde{B}$ 表示拥有 B 中每个属性的隶属程度, 即 $\tilde{B} = \{\langle a, \tilde{B}(a) \rangle | a \in B\}$, 其中 $\tilde{B}(a) = s_\alpha \in S$ 。对于 $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2 \subseteq \tilde{B}$, 如果 $\tilde{B}_1 \subseteq \tilde{B}_2 \Leftrightarrow \tilde{B}_1(a) \leq \tilde{B}_2(a)$, 则称 $(\tilde{B}, \subseteq)$ 为偏序集。

设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, 通过分别固定对象集 X 、属性集 B 和条件集 D , 将此背景投影到3个二维空间中, 得到3个二元投影形式背景: $(A, C, S, I_X), (U, C, I_{\tilde{B}}), (U, A, S, I_D)$ 。其中, 投影关系 $I_X, I_{\tilde{B}}, I_D$ 分别定义为: $I_X(a, c) = \min_{x \in X} I(x, a, c) = s_\alpha$ 表示对于任意 $x \in X$, 有 $I(x, a, c) \geq s_\alpha$; $I_{\tilde{B}}(x, c) = 1$ 表示对于任意 $a \in B$, 有 $I(x, a, c) \geq \tilde{B}(a)$; $I_D(x, a) = \min_{c \in D} I(x, a, c) = s_\alpha$ 表示对于任意 $c \in D$, 有 $I(x, a, c) \geq s_\alpha$ 。与其他二元形式背景类似, 可为投影形式背景定义概念诱导算子。

需要注意的是, 将属性集 B 固定后, 即固定了属性及其对应的语言值 $\tilde{B}$, 从而形成投影形式背景 $(U, C, I_{\tilde{B}})$, 在此背景下若对于任意 $a \in B$, 有 $I(x, a, c) \geq \tilde{B}(a)$, 即 $I_{\tilde{B}}(x, c) = 1$, 否则 $I_{\tilde{B}}(x, c) = 0$ 。

定义8 设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, $X \subseteq U$, 在模糊语言投影形式背景 (A, C, S, I_X) 下, 对于 $B \subseteq A, D \subseteq C$, 定义对象诱导算子:

$$\tilde{B}^{(X^1)} = \{c \in C | \forall a \in A, I_X(a, c) \geq s_\alpha\} \quad (7)$$

$$D^{(X^1)} = \{\langle a, \wedge I_X(a, c) \rangle | \forall c \in D, I_X(a, c) \in S\} \quad (8)$$

其中, $\tilde{B}^{(X^1)}$ 表示满足每个属性下语言值对应条件交集的集合, $D^{(X^1)}$ 表示每个属性下条件对应语言值极小值的集合。

定义9 设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, $B \subseteq A$, 在投影形式背景 $(U, C, I_{\tilde{B}})$ 下, 对于 $X \subseteq U, D \subseteq C$, 定义属性诱导算子:

$$X^{(\tilde{B}^2)} = \{c \in C | \forall x \in X, (x, c) \in I_{\tilde{B}}\} \quad (9)$$

$$D^{(\tilde{B}^2)} = \{x \in U | \forall c \in D, (x, c) \in I_{\tilde{B}}\} \quad (10)$$

其中, $X^{(\tilde{B}^2)}$ 表示 X 中所有对象共有的条件集, $D^{(\tilde{B}^2)}$ 表示

D 中所有条件共有的对象集。

定义10 设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, $D \subseteq C$, 在模糊语言投影形式背景 (U, A, S, I_D) 下, 对于 $X \subseteq U, B \subseteq A$, 定义条件诱导算子:

$$X^{(D^1)} = \{\langle a, \wedge I_D(x, a) \rangle | \forall a \in A, I_D(x, a) \in S\} \quad (11)$$

$$\tilde{B}^{(D^1)} = \{x \in U | \forall a \in A, I_D(x, a) \geq s_\alpha\} \quad (12)$$

其中, $X^{(D^1)}$ 表示每个属性下对象对应语言值极小值的集合, $\tilde{B}^{(D^1)}$ 表示满足每个属性下语言值对应对象交集的集合。

显然, 当对模糊语言三元背景下的算子取阈值时, 语言术语可以转化为经典的0和1, 此时, 模糊语言三元背景退化为经典三元背景。

性质1 设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, 对于 $X, X_1, X_2 \subseteq U, B, B_1, B_2 \subseteq A, D \subseteq C$, 在模糊语言投影形式背景 (U, A, S, I_D) 下, 可以得到如下结论:

$$(1) \quad X_1 \subseteq X_2 \Rightarrow X_2^{(D^1)} \subseteq X_1^{(D^1)}, \quad \tilde{B}_1 \subseteq \tilde{B}_2 \Rightarrow \tilde{B}_2^{(D^1)} \subseteq \tilde{B}_1^{(D^1)}.$$

$$(2) \quad X \subseteq X^{(D^1)(D^1)}, \tilde{B} \subseteq \tilde{B}^{(D^1)(D^1)}.$$

$$(3) \quad X^{(D^1)} = X^{(D^1)(D^1)(D^1)}, \tilde{B}^{(D^1)} = \tilde{B}^{(D^1)(D^1)(D^1)}.$$

$$(4) \quad X \subseteq \tilde{B}^{(D^1)} \Leftrightarrow \tilde{B} \subseteq X^{(D^1)}.$$

(5) $(X^{(D^1)(D^1)}, X^{(D^1)})$ 和 $(\tilde{B}^{(D^1)(D^1)}, \tilde{B}^{(D^1)})$ 都是模糊语言投影概念。

证明: 结论(1)(2)由定义10显然得证。

(3) 由结论(1)(2)可知, $X^{(D^1)(D^1)(D^1)} \subseteq X^{(D^1)}$ 。令 $X = X^{(D^1)}$, 由结论(2)可知, $X^{(D^1)} \subseteq X^{(D^1)(D^1)(D^1)}$, 因此可以得到 $X^{(D^1)} = X^{(D^1)(D^1)(D^1)}$ 。同理可证, $\tilde{B}^{(D^1)} = \tilde{B}^{(D^1)(D^1)(D^1)}$ 。

(4) 必要性: 由结论(1)和定义10可知, 因为 $X \subseteq \tilde{B}^{(D^1)}$, 则 $\tilde{B}^{(D^1)(D^1)} \subseteq X^{(D^1)}$ 。由结论(2)可知, 存在 $\tilde{B} \subseteq \tilde{B}^{(D^1)(D^1)}$, 因此 $\tilde{B} \subseteq X^{(D^1)}$, 即 $X \subseteq \tilde{B}^{(D^1)} \Rightarrow \tilde{B} \subseteq X^{(D^1)}$ 得证。

充分性: 与必要性的证明过程类似, 可得 $\tilde{B} \subseteq X^{(D^1)} \Rightarrow X \subseteq \tilde{B}^{(D^1)}$ 。

综上所述, $X \subseteq \tilde{B}^{(D^1)} \Leftrightarrow \tilde{B} \subseteq X^{(D^1)}$ 得证。

(5) 由结论(3)和定义10显然得证。

同样地, 通过分别固定对象集与属性集形成的其余两个投影形式背景也可得到以上性质。

与二元形式背景类似, 如果 $X = \tilde{B}^{(D^1)}, \tilde{B} = X^{(D^1)}$, 有序对 $(X, \tilde{B})$ 为模糊语言投影形式背景 (U, A, S, I_D) 中的模糊语言投影概念, 用 $FL-PL(U, A, S, I_D)$ 表示 (U, A, S, I_D) 下的

所有模糊语言投影概念构成的集合。

定义 11 设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, 对于 $X \subseteq U, \tilde{B} \subseteq \tilde{A}, D \subseteq C$, 如果 $\tilde{B} = D^{(X^1)}, D = \tilde{B}^{(X^1)}, X = D^{(\tilde{B}^2)}, D = X^{(\tilde{B}^2)}, \tilde{B} = X^{(D^3)}, \tilde{B} = X^{(D^3)}$, 则称三元组 $(X, \tilde{B}, D)$ 为模糊语言三元背景 (U, A, C, S, I) 的模糊语言三元概念, $X, \tilde{B}, D$ 分别为模糊语言三元概念 $(X, \tilde{B}, D)$ 外延、内涵、条件。记 (U, A, C, S, I) 下所有的模糊语言三元概念为 $FL - TL(U, A, C, S, I)$ 。

如定义 11 所示, 模糊语言三元概念的生成需通过 3 个投影背景分别计算, 其复杂度显著高于传统形式概念。基于条件诱导算子, 首先计算各条件下的模糊语言投影概念, 进而通过定义 11 推导出完整的三元概念。基于此, 本文提出了模糊语言三元概念生成算法(算法 1)。

算法 1 模糊语言三元概念生成算法

输入: 模糊语言三元背景 (U, A, C, S, I)

输出: 模糊语言三元概念 $FL - TL(U, A, C, S, I)$

1. $FL - TL(U, A, C, S, I) = \emptyset$
2. FOR 每个集合 $D \subseteq P(C)$
3. FOR 每个条件 $d_i \in D$
4. 得到模糊语言投影形式背景 (U, A, S, I_{d_i})
5. $I_{D_i} = \bigcap I_{d_i}$
6. END
7. FOR 模糊语言投影形式背景 (U, A, S, I_{D_i})
8. IF $X = \tilde{B}^{(D^3)}, \tilde{B} = X^{(D^3)}$ THEN
9. $(X, \tilde{B}) \in FL - PL(U, A, S, I_{D_i})$
10. END
11. IF $D = \tilde{B}^{(X^1)}, D = X^{(\tilde{B}^2)}$ THEN
12. $FL - TL(U, A, C, S, I) = FL - TL(U, A, C, S, I) \cup (X, \tilde{B}, D)$
13. END
14. END
15. END

定义 12 设 (U, A, C, S, I) 为一个模糊语言三元背景, 对于任意的 $(A_1, \tilde{A}_2, A_3), (B_1, \tilde{B}_2, B_3) \in FL - TL(U, A, C, S, I)$, 可以定义预序关系 $\leq_i$ 和等价关系 $\sim_i$, 如下 $(\forall i \in \{1, 2, 3\})$:

$$(A_1, \tilde{A}_2, A_3) \leq_i (B_1, \tilde{B}_2, B_3) \Leftrightarrow A_i \subseteq B_i (i = 2, \tilde{A}_2 \subseteq \tilde{B}_2)$$

$$(A_1, \tilde{A}_2, A_3) \sim_i (B_1, \tilde{B}_2, B_3) \Leftrightarrow A_i = B_i (i = 2, \tilde{A}_2 = \tilde{B}_2)$$

例 1 人们在不同物品上的花销往往有着不同的偏好程度, 对校园内若干名同学在食品、服饰、电子 3 个类别的消费情况展开随机调查, 据此形成了一个模糊语言三元背景 (U, A, C, S, I) , 如表 2 所示。其中, $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 分别代表 4 名同学, $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 分别表示消费间隔 R 、消费金额 M 、消费频率 F 指标, $C = \{c_1, c_2, c_3\}$ 分别表示食品、服饰、电子 3 个类别, 语言术语集 $S = \{s_{-1} = \text{低}, s_0 = \text{中等}, s_1 = \text{高}\}$, 映射 $I: U \times A \times C \rightarrow S$, 即 I 表示 $U \times A \times C$

在 S 上具有语言值的三元关系。

Table 2 Fuzzy linguistic triadic context (U, A, C, S, I)

表 2 模糊语言三元背景 (U, A, C, S, I)

	c_1			c_2			c_3		
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
x_1	s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}
x_2	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}
x_3	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_0	s_1	s_0
x_4	s_1	s_0	s_0	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}

根据算法 1, 可在 (U, A, C, S, I) 中得到所有的模糊语言三元概念:

- 1 $(x_1 x_2 x_3, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1)$
- 2 $(x_1 x_2 x_3 x_4, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_0 \rangle, c_1)$
- 3 $(x_1, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_2)$
- 4 $(x_3, \langle a_1, s_0 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_0 \rangle, c_3)$
- 5 $(x_1, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_2)$
- 6 $(x_1 x_4, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_0 \rangle, c_1 c_2)$
- 7 $(x_3, \langle a_1, s_0 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_0 \rangle, c_1 c_3)$
- 8 $(x_1 x_2 x_3 x_4, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_1 c_2 c_3)$
- 9 $(\emptyset, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_2 c_3)$
- 10 $(x_1 x_2 x_3 x_4, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, \emptyset)$

图 1 展示了由以上概念形成的模糊语言概念三元格。在该模糊语言概念三元格中, 同一方向直线上的节点构成一个等价类。例如, 概念 3 和概念 5 在对象集维度上构成等价类, 概念 5 和概念 6 在条件集维度上构成等价类, 而概念 1 和概念 5 则在属性集维度上构成等价类。

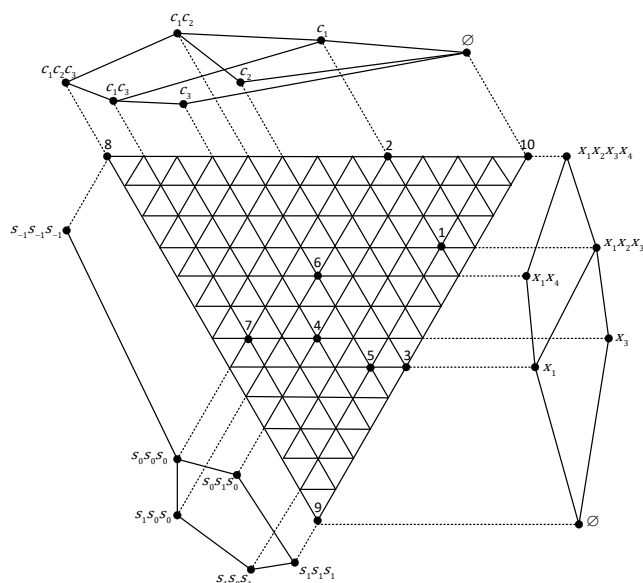


Fig. 1 Fuzzy linguistic concept triadic lattice

图 1 模糊语言概念三元格

通过对概念 1 $(x_1 x_2 x_3, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1)$ 的分析可知, 在食品消费方面, 这 4 位同学均表现出“消费间隔短、消费金额中等、消费频率高”的特征。这是由于在大学

环境下,大部分学生每天一日三餐,并且大学食堂性价比高,因而频繁地购买食品花费金额也不会很高,这为理解大学生群体的消费行为特征提供了重要参考。

2.2 模糊语言三元决策背景下的规则提取

定义13 称九元组 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$ 为模糊语言三元决策背景,其中 (U, A, C_A, S_A, I) 和 (U, D, C_D, S_D, J) 分别为模糊语言三元背景,并且 $A \cap D = \emptyset, C_A \cap C_D = \emptyset$, A 和 D 分别称为条件属性和决策属性。

定义14 设 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$ 为模糊语言三元决策背景, $H \subseteq C_A, K \subseteq C_D$ 。若对于 $Y \neq U$ 且 $Y \neq \emptyset$, 存在 $(X, \tilde{B}, H) \in FL - TL(U, A, C_A, S_A, I), (Y, \tilde{G}, K) \in FL - TL(U, D, C_D, S_D, J)$, 使得 $X \subseteq Y$, 则称 $(X, \tilde{B} \times H) \rightarrow (Y, \tilde{G} \times K)$ 为模糊语言三元决策规则,记为 $\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K$ 。将由模糊语言三元决策背景 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$ 中得到的模糊语言三元决策规则记为 $\Omega(U)$ 。

定义15 设 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$ 为模糊语言三元决策背景, $H \subseteq C_A, K \subseteq C_D, (X, \tilde{B}, H) \in FL - TL(U, A, C_A, S_A, I)$ 且 $(Y, \tilde{G}, K) \in FL - TL(U, D, C_D, S_D, J)$ 。若 $\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K$ 为一个模糊语言三元决策规则,则该规则的置信度 $c(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K) (i = 1, 2, \dots, n, n \text{ 为集合 } G \text{ 中属性的个数})$ 定义如下:

$$c(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K) = \frac{|Y_i \cap X|}{|X|} \quad (13)$$

支持度 $s(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K)$ 定义如下:

$$s(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K) = \frac{|Y_i \cap X|}{|U|} \quad (14)$$

覆盖度 $cov(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K)$ 定义如下:

$$cov(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K) = \frac{|H|}{|U|} \quad (15)$$

其中, Y_i 表示对象 Y 在 (U, D, C_D, S_D, J) 中第 i 个属性具有的隶属度与决策属性 G 中第 i 个属性的隶属度相同的对象。

算法2 模糊语言三元决策规则提取算法

输入: 模糊语言三元决策背景 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$

输出: 模糊语言三元决策规则 $\Omega(U)$, 置信度 λ

1. $\Omega(U) = \emptyset$
2. FOR (U, A, C_A, S_A, I)
3. 根据算法1得到 $FL - TL(U, A, C_A, S_A, I)$
4. END
5. FOR (U, D, C_D, S_D, J)
6. 根据算法1得到 $FL - TL(U, D, C_D, S_D, J)$
7. END
8. FOR 每个 $(X, \tilde{B}, H) \in FL - TL(U, A, C_A, S_A, I)$
9. FOR 每个 $(Y, \tilde{G}, K) \in FL - TL(U, D, C_D, S_D, J)$
10. IF $X \subseteq Y$ THEN
11. $\Omega(U) = \Omega(U) \cup \tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K$

12. END

13. END

14. END

15. FOR 每个 $\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K \in \Omega(U)$

16. 根据定义15计算 $(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K)_{c, s, cov}$

17. IF $c(\tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K)$ THEN

18. $\Omega(U) = \Omega(U) - \tilde{B} \times H \rightarrow \tilde{G} \times K$

19. END

20. END

例2 在例1的基础上,增加了两名同学的消费情况,并调查了每位同学每月的经济收入,将生活费和其他收入作为决策属性引入例1的模糊语言三元背景中,形成模糊语言三元决策背景 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$ 。其中,决策属性 $D = \{e_1, e_2\}$ 表示生活费和其他收入,条件 $C_D = \{h_1\}$ 代表经济收入,语言术语集 $S_D = \{s_{-1} = \text{低}, s_0 = \text{中等}, s_1 = \text{高}\}$,如表3所示。

Table 3 Fuzzy linguistic triadic decision context

$(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$

表3 模糊语言三元决策背景 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$

	c_1			c_2			c_3			h_1	
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	e_1	e_2
x_1	s_1	s_0	s_1	s_1	s_1	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_0	s_{-1}
x_2	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_0
x_3	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_0	s_1	s_0	s_1	s_0
x_4	s_1	s_0	s_0	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_0	s_{-1}
x_5	s_1	s_0	s_1	s_0	s_0	s_0	s_0	s_1	s_1	s_1	s_1
x_6	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_0	s_{-1}	s_0	s_0	s_0	s_0	s_1

根据算法2,取置信度阈值 λ 为 0.5,即置信度大于等于 0.5 时为有效规则,模糊语言三元决策背景 $(U, A, C_A, S_A, I, D, C_D, S_D, J)$ 下的模糊语言三元决策规则如表4所示。

根据模糊语言三元决策规则3得出,如果某人在电子产品消费中呈现中等消费间隔、高消费金额、中等消费频率,可以推断出此人每月的生活消费水平较高(置信度为1),其他收入金额为中等(置信度为0.5)。所得到的模糊语言三元决策规则能够根据消费行为推断用户经济状况,这一结果证明了算法的逻辑合理性和可解释性。需要说明的是,由于该实例采用小样本快速验证,本文暂不追求统计显著性,旨在验证逻辑可行性、证明规则合理性、增强算法可解释性。

该实例以大学生消费行为分析为例,通过构建模糊语言三元背景,探讨了消费间隔、金额和频率3个条件属性与经济收入决策属性的关联。该实例研究具有以下优势:①多维分析能力:通过三元背景实现多维度数据关联分析,可挖掘更精细的知识模式,提升决策可靠性;②独立推理机制:各决策属性可单独分析,支持针对性结果输出。

Table 4 Fuzzy linguistic triadic decision rules when $\lambda=0.5$ 表4 $\lambda=0.5$ 的模糊语言三元决策规则

序号	模糊语言三元决策规则
1	$\{\langle a_1, s_1 \rangle, \langle a_2, s_1 \rangle, \langle a_3, s_1 \rangle\} \times$ $c_2 \rightarrow \{\langle e_1, s_0 \rangle_{(1, 0.17, 0.17)}, \langle e_2, s_{-1} \rangle_{(1, 0.17, 0.17)}\} \times h_1$
2	$\{\langle a_1, s_0 \rangle, \langle a_2, s_1 \rangle, \langle a_3, s_1 \rangle\} \times$ $c_3 \rightarrow \{\langle e_1, s_1 \rangle_{(1, 0.33, 0.17)}, \langle e_2, s_1 \rangle_{(1, 0.33, 0.17)}\} \times h_1$
3	$\{\langle a_1, s_0 \rangle, \langle a_2, s_1 \rangle, \langle a_3, s_0 \rangle\} \times$ $c_3 \rightarrow \{\langle e_1, s_1 \rangle_{(1, 0.67, 0.17)}, \langle e_2, s_0 \rangle_{(0.5, 0.33, 0.17)}\} \times h_1$
4	$\{\langle a_1, s_0 \rangle, \langle a_2, s_1 \rangle, \langle a_3, s_0 \rangle\} \times$ $c_1 c_3 \rightarrow \{\langle e_1, s_1 \rangle_{(1, 0.33, 0.33)}, \langle e_2, s_0 \rangle_{(0.75, 0.33, 0.33)}\} \times h_1$
5	$\{\langle a_1, s_1 \rangle, \langle a_2, s_0 \rangle, \langle a_3, s_1 \rangle\} \times$ $c_1 c_2 \rightarrow \{\langle e_1, s_0 \rangle_{(1, 0.17, 0.33)}, \langle e_2, s_{-1} \rangle_{(1, 0.17, 0.33)}\} \times h_1$
6	$\{\langle a_1, s_1 \rangle, \langle a_2, s_0 \rangle, \langle a_3, s_1 \rangle\} \times$ $c_1 c_2 c_3 \rightarrow \{\langle e_1, s_0 \rangle_{(1, 0.17, 0.5)}, \langle e_2, s_{-1} \rangle_{(1, 0.17, 0.5)}\} \times h_1$

3 淘宝用户购物行为数据分析

传统的数据分析方法大多局限于单一维度的数据展示,难以直观揭示多个维度之间的内在关联和交互作用。本文选取阿里巴巴提供的淘宝用户行为数据集进行实例分析。鉴于原始数据集规模庞大(包含数百万条记录)且个体数据间缺乏显著的相关性特征,采用分层随机抽样方法选取了10万条具有代表性的数据样本进行分析。所选数据样本严格保持了原始数据集的分布特征和统计属性,主要包含以下关键字段:①用户ID;②商品ID;③商品类别ID;④时间戳;⑤行为类型(浏览、加购、购买)。

图2显示了本文对淘宝用户行为数据集的预处理框架,旨在分析用户在不同条件下对各类产品的行为特征,以优化用户的营销策略。由于原始数据呈现随机分散的特征,难以进行有针对性的数据分析,故本文引入RFM模型以实现更客观、更专业的用户行为分析。RFM模型通过3个核心指标:最近消费间隔(Recency)、消费频率(Frequency)和消费金额(Monetary),以系统评估客户价值和行为特征。由于本文数据集缺乏消费金额 M 指标,基于最近消费间隔 R 和消费频率 F 两个指标,采用聚类算法将用户划分为图2中的4类:重要价值用户、重要保持用户、重要发展用户、重要挽留用户,针对每类用户深入分析了其行为特征和消费模式。考虑到产品类别的多样性,选取了浏览次数最多的5个类别进行重点分析,其类别ID分别为图2中的1863、5027、13230、5894和6513。

由于 pv 、 $cart$ 和 buy 是连续变量,为了构造模糊语言三元背景(U, A, C, S, I),引入模糊控制中的模糊化方法,选取语言术语集 $S = \{s_{-1} = \text{低}, s_0 = \text{中等}, s_1 = \text{高}\}$ 作为属性描述

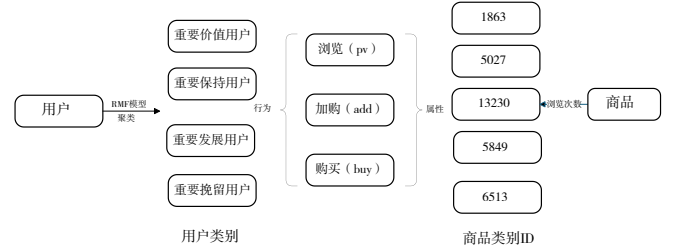


Fig. 2 Data preprocessing framework

图2 数据预处理框架

的量化标准。例如,当用户 pv 值被转换为“ s_{-1} = 低”时,表示该用户的浏览量明显低于一般用户;相应地, $cart$ 值为“ s_1 = 高”时,则表明用户的加购行为频率明显高于一般用户。

根据以上处理,得到关于淘宝用户购物行为数据的模糊语言三元背景(U, A, C, S, I),如表5所示。其中 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 分别代表5类商品类别ID: 1863、5027、13230、6513、5894, $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 分别代表用户浏览、加购、购买的行为,即 pv, add, buy , $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ 分别代表重要价值用户、重要保持用户、重要发展用户、重要挽留用户,语言术语集 $S = \{s_{-1} = \text{低}, s_0 = \text{中等}, s_1 = \text{高}\}$ 。

Table 5 Fuzzy linguistic triadic context (U, A, C, S, I)表5 模糊语言三元背景(U, A, C, S, I)

	c_1			c_2			c_3			c_4		
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
x_1	s_1	s_1	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_1	s_{-1}	s_1	s_{-1}	s_1	s_{-1}	s_1
x_2	s_1	s_1	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_1	s_1	s_{-1}
x_3	s_0	s_{-1}	s_{-1}	s_1	s_0	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_1	s_{-1}	s_0	s_{-1}
x_4	s_1	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}
x_5	s_1	s_1	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_{-1}	s_1	s_{-1}	s_{-1}	s_1

此模糊语言三元背景下的模糊语言三元概念(U, A, C, S, I)为:

- 1 $(x_1 x_2 x_5, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1)$
- 2 $(x_1 x_2 x_4 x_5, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_1)$
- 3 $(x_1 x_3, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_2)$
- 4 $(x_3, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_2)$
- 5 $(x_3 x_5, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_3)$
- 6 $(x_2 x_3, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_4)$
- 7 $(x_3, \langle a_1, s_0 \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_1 c_2)$
- 8 $(x_4, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_1 c_2)$
- 9 $(x_1, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_3)$
- 10 $(x_4, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_3)$
- 11 $(x_1, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_4)$
- 12 $(x_2, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_2 c_4)$
- 13 $(x_1 x_2, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_1 c_4)$
- 14 $(x_3, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_2 c_3)$

- 15 $(x_3, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_0 \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_2 c_4)$
- 16 $(x_1, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_2 c_4)$
- 17 $(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5, \langle a_1, s_{-1} \rangle \langle a_2, s_{-1} \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_1 c_2 c_3 c_4)$
- 18 $(\emptyset, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1 c_2 c_3 c_4)$
- 19 $(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, \emptyset)$

通过概念1 $(x_1 x_2 x_5, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_1 \rangle, c_1)$ 不难看出,在重要价值用户中,用户浏览、加购、购买商品 $x_1 x_2 x_5$ 的行为次数都较高,这表明该用户群体具有明确的“浏览—加购—购买”行为路径,且转化率较高。而通过概念12 $(x_2, \langle a_1, s_1 \rangle \langle a_2, s_1 \rangle \langle a_3, s_{-1} \rangle, c_2 c_4)$ 可以得到,在重要保持用户与重要挽留用户中,虽然对商品 x_2 的浏览和加购行为频繁,但实际购买行为却相对较少,表明存在明显的转化漏斗。针对这两类用户,可以采取如下优化策略:①用户将商品 x_2 加入购物车后,及时推送个性化提醒消息;②针对性地发放限时优惠券;③优化商品详情页的购买引导设计。通过这些措施有望显著提升商品 x_2 的转化率,从而提高整体营销效果。

4 结语

在信息快速扩张和数字化转型的时代背景下,本文结合语言术语集和三元概念分析,提出了模糊语言三元背景,其不仅可以使语言值以描述偏好信息,还能够高效处理数据之间存在的多维关系。基于模糊投影形式背景,本文提出了通过固定条件获得模糊语言三元概念的方法,该方法更易于理解和实现。最后,通过对淘宝用户行为实例的分析,验证了该方法的有效性和合理性。未来工作中,可进一步优化算法效率,并将其拓展至更多复杂实际应用场景以检验其泛化能力。

参考文献:

- [1] WILLE R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts [C]//Darmstadt: 7th International Conference on Formal Concept Analysis (ICFCA), 2009.
- [2] GANTER B, WILLE R. Formal concept analysis: mathematical foundations [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [3] ZHAO S Y, QI J J, LI J N, et al. Concept reduction in formal concept analysis based on representative concept matrix [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2023, 14(4): 1147–1160.
- [4] LIANG T J, LIN Y D, LI J J, et al. Incremental cognitive learning approach based on concept reduction [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2025, 179: 109359.
- [5] XIE J P, YANG J, LI J H, et al. Three-way concept lattice construction and association rule acquisition [J]. Information Sciences, 2025, 701: 121867.
- [6] GUO D D, XU W H. R-FCCL: an approach of fuzzy-based concept-cognitive learning with robustness for high-dimensional data [J]. Journal of Computer Research and Development, 2025, 62(2): 383–396.
- 郭豆豆,徐伟华. R-FCCL: 一种面向高维数据的稳健模糊概念认知学习方法 [J]. 计算机研究与发展, 2025, 62(2): 383–396.
- [7] WILLE R. The basic theorem of triadic concept analysis [J]. Order, 1995, 12(2): 149–158.
- [8] WEI L, WAN Q, QIAN T, et al. An overview of triadic concept analysis [J]. Journal of Northwest University (Natural Science Edition), 2014, 44(5): 689–699.
- 魏玲,万青,钱婷,等. 三元概念分析综述 [J]. 西北大学学报: 自然科学版, 2014, 44(5): 689–699.
- [9] TANG Y Q, FAN M, LI J H. Cognitive system model and approach to transformation of information granules under triadic formal concept analysis [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2014, 49(8): 102–106.
- 汤亚强,范敏,李金海. 三元形式概念分析下的认知系统模型及信息粒转化方法 [J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(8): 102–106.
- [10] ANANIAS K H A, MISSAOUI R, RUAS P H B, et al. Triadic concept approximation [J]. Information Sciences, 2021, 572: 124–146.
- [11] WAN Q, LI J H, WEI L. Optimal granule combination selection based on multi-granularity triadic concept analysis [J]. Cognitive Computation, 2022, 14(6): 1844–1858.
- [12] LI J Y, LI X X, WANG X, et al. Reduction of triadic concepts based on triadic factor analysis [J]. Journal of Nanjing University (Natural Science), 2020, 56(4): 480–493.
- 李俊余,李星璇,王霞,等. 基于三元因子分析的三元概念约简 [J]. 南京大学学报(自然科学版), 2020, 56(4): 480–493.
- [13] ZADEH L A. Fuzzy logic = computing with words [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1996, 4(2): 103–111.
- [14] NOVAK V. Evaluative linguistic expressions vs. fuzzy categories [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2015, 281: 73–87.
- [15] ZOU L, PANG K, SONG X Y, et al. A knowledge reduction approach for linguistic concept formal context [J]. Information Sciences, 2020, 524: 165–183.
- [16] PANG K, MARTINEZ L, LI N, et al. A concept lattice-based expert opinion aggregation method for multi-attribute group decision-making with linguistic information [J]. Expert Systems with Applications, 2024, 237: 121485.
- [17] ZHANG Y, LIU Y Z, ZHANG X H, et al. A method of online teaching evaluation based on hesitant fuzzy linguistic concept lattice [J]. Software Guide, 2023, 22(2): 154–159.
- 张辉,刘妍喆,张晓辉,等. 基于犹豫模糊语言概念格的在线教学评价方法 [J]. 软件导刊, 2023, 22(2): 154–159.
- [18] JIA N, ZOU L, ZHANG X H, et al. An inference method based on the background of dynamic fuzzy linguistic decision formal context [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2022, 36(6): 137–148.
- 贾楠,邹丽,张晓辉. 基于动态模糊语言决策形式背景的推理方法 [J]. 模糊系统与数学, 2022, 36(6): 137–148.
- [19] HERRERA F, VIEDMA E H, VERDEGAY J L. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(1): 73–87.
- [20] YE H L C, YANG K J, TING T M. Knowledge discovery on RFM model using bernoulli sequence [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 5866–5871.

(责任编辑:孙娟)